

VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ  
BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



FAKULTA STROJNÍHO INŽENÝRSTVÍ  
ÚSTAV AUTOMOBILNÍHO A DOPRAVNÍHO  
INŽENÝRSTVÍ

FACULTY OF MECHANICAL ENGINEERING  
INSTITUTE OF AUTOMOTIVE ENGINEERING

## PŘÍLOHA 1

### PĚTIVÁLCOVÝ ŘADOVÝ VZNĚTOVÝ MOTOR S VYVAŽOVACÍ JEDNOTKOU

FIVE-CYLINDER IN-LINE DIESEL ENGINE WITH BALANCING UNIT

DIPLOMOVÁ PRÁCE  
MASTER'S THESIS

AUTOR PRÁCE  
AUTHOR

Bc. PETR ŠTEFAŇÁK

VEDOUCÍ PRÁCE  
SUPERVISOR

prof. Ing. VÁCLAV PÍŠTĚK, DrSc.

BRNO 2011



## OBSAH

Zadané hodnoty .....	4
1 Analýza klikového mechanismu .....	6
1.1 P-v diagram .....	6
1.2 P-alfa diagram .....	7
2 Kinematika klikového mechanismu .....	8
2.1 Dráha pístu .....	8
2.2 Rychlost pístu .....	9
2.3 Zrychlení pístu .....	10
3 Síly v klikovém mechanismu .....	11
3.1 Setrvačná síla posuvných částí .....	11
3.2 Síla od tlaku plynu .....	12
3.3 Součet sil působících na pístní čep v ose válce .....	13
3.4 Ojniční síla .....	14
3.5 Síla tečná k rameni klikového hřídele .....	15
4 Průběh krouticího momentu .....	16
4.1 Výsledný krouticí moment na výstupu klikové hřídele .....	17
5 Vyvažování klikového mechanismu .....	20
5.1 Podélný moment od rotačních hmot .....	20
5.1.1 momentové vývažky .....	21
5.1.2 kombinace silových a momentových vývažků 1:1 .....	22
5.1.3 odstranění momentu pomocí silových vývažků na každém zalomení .....	23
5.2 Podélný moment setrvačných sil posuvných hmot I. řádu .....	24
5.3 Podélný moment setrvačných sil posuvných hmot II. řádu .....	26
5.4 Návrh vyvažovací jednotky .....	29
6 Redukce klikového mechanismu .....	30
6.1 Redukce hmot .....	30
6.1.1 Redukce rotačních hmot .....	30
6.1.2 Redukce posuvných hmot .....	31
6.2 Redukce délek .....	32
6.2.1 Redukovaná délka zalomení .....	32
6.2.2 Redukovaná délka na straně řemenice .....	33
6.2.3 Redukovaná délka na straně setrvačníku .....	33
7 Vlastní torzní kmitání .....	34
7.1 Poměrné amplitudy jedno a dvouuzlového kmitání .....	38
8 Vynucené torzní kmitání .....	39



8.1	Harmonická analýza krouticího momentu .....	39
8.2	Kritické otáčky .....	41
9	System s tlumičem torzních kmitů .....	42
9.1	Návrh parametrů tlumiče .....	42
9.2	Vlastní torzní kmitání .....	43
9.3	Poměrné amplitudy jedno a dvouuzlového kmitání .....	46
9.4	Kritické otáčky .....	48
10	Výsledky výpočtu torzního kmitání .....	49
10.1	System bez tlumiče torzních kmitů .....	49
10.1.1	minimální hodnoty krouticích momentů ve spojovacích hřídelích .....	49
10.1.2	maximální hodnoty krouticích momentů ve spojovacích hřídelích .....	51
10.1.3	výkmity předního konce klikového hřídele (řemenice) .....	53
10.2	System s tlumičem torzních kmitů .....	54
10.2.1	minimální hodnoty krouticích momentů ve spojovacích hřídelích .....	54
10.2.2	maximální hodnoty krouticích momentů ve spojovacích hřídelích .....	56
10.2.3	výkmity předního konce klikového hřídele (řemenice) .....	58
10.2.4	relativní výkmity tělesa tlumiče vůči řemenici .....	59



## ZADANÉ HODNOTY

vrtání	$D := 105 \text{ mm}$
poloměr kliky	$r := 60 \text{ mm}$
kompresní poměr	$\varepsilon := 17$
délka ojnice	$l_{oj} := 215 \text{ mm}$
klikový poměr	$\lambda := \frac{r}{l_{oj}}$ $\lambda = 0.279$
maximální otáčky	$n_{\max} := 2200 \cdot \text{min}^{-1}$
hmotnost pístu	$m_{\text{píst}} := 1.364 \text{ kg}$
hmotnost prvního těsnícího kroužku	$m_{\text{pk1}} := 0.025 \text{ kg}$
hmotnost druhého těsnícího kroužku	$m_{\text{pk2}} := 0.0189 \text{ kg}$
hmotnost stíracího kroužku	$m_{\text{ps}} := 0.0226 \text{ kg}$
hmotnost pístního čepu	$m_{\text{pc}} := 0.614 \text{ kg}$
hmotnost axiální pojistky čepu	$m_{\text{pok}} := 0.0047 \text{ kg}$
redukovaná hmotnost posuvné části ojnice	$m_{\text{pojred}} := 0.907 \text{ kg}$
redukovaná hmotnost rotační části ojnice	$m_{\text{rojred}} := 1.645 \text{ kg}$



---

hmotnost posuvných částí

$$m_p := m_{píst} + m_{pk1} + m_{pk2} + m_{ps} + m_{pc} + 2m_{pok} + m_{pojred}$$

$$m_p = 2.961 \text{ kg}$$



# 1 ANALÝZA KLIKOVÉHO MECHANIZMU

vstupní hodnota: průběh tlaku ve spalovacím prostoru během jednoho pracovního cyklu

$$i := 0..720 \quad q := \frac{N}{\text{mm}^2}$$
$$\alpha_i := i \cdot \text{deg}$$

p :=

	0
0	0.136
1	0.161
2	0.136
3	0.158
4	0.136
5	...

$$\frac{\alpha_i}{\text{deg}} =$$

0
1
2
3
...

p := p · q

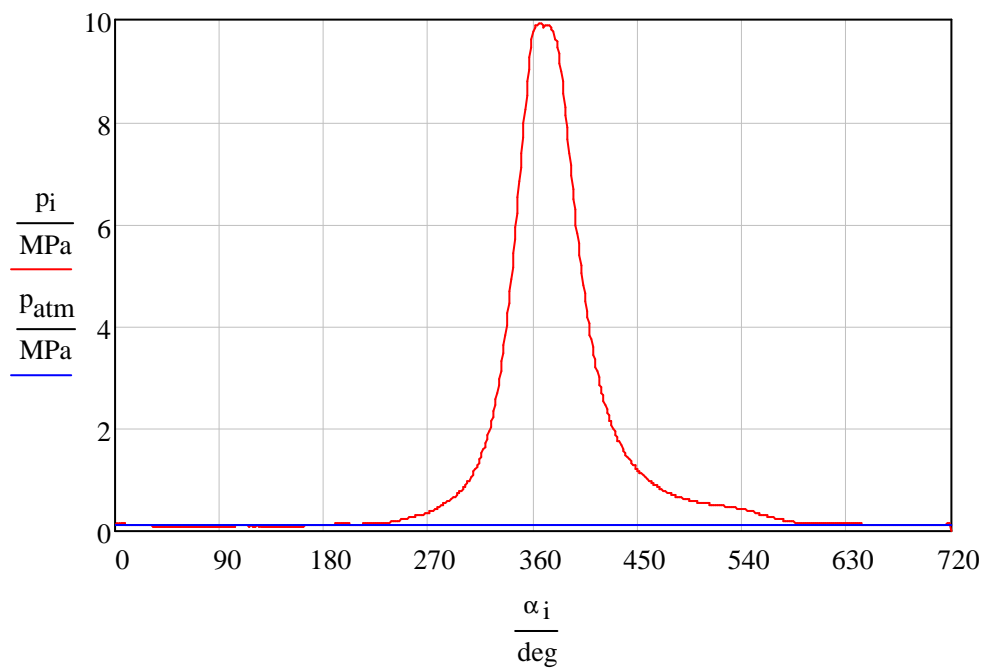
p<sub>i</sub> =

0.136
0.161
0.136
0.158
...

 MPa

## 1.1 P-V DIAGRAM

$$p_{\text{atm}} := 0.1 \text{ MPa}$$



maximální tlak

$$\max(p) = 9.939 \text{ MPa}$$



## 1.2 P-ALFA DIAGRAM

plocha pístu

$$S_p := \frac{(\pi \cdot D^2)}{4}$$

zdvihový objem

$$V_z := S_p \cdot 2 \cdot r$$

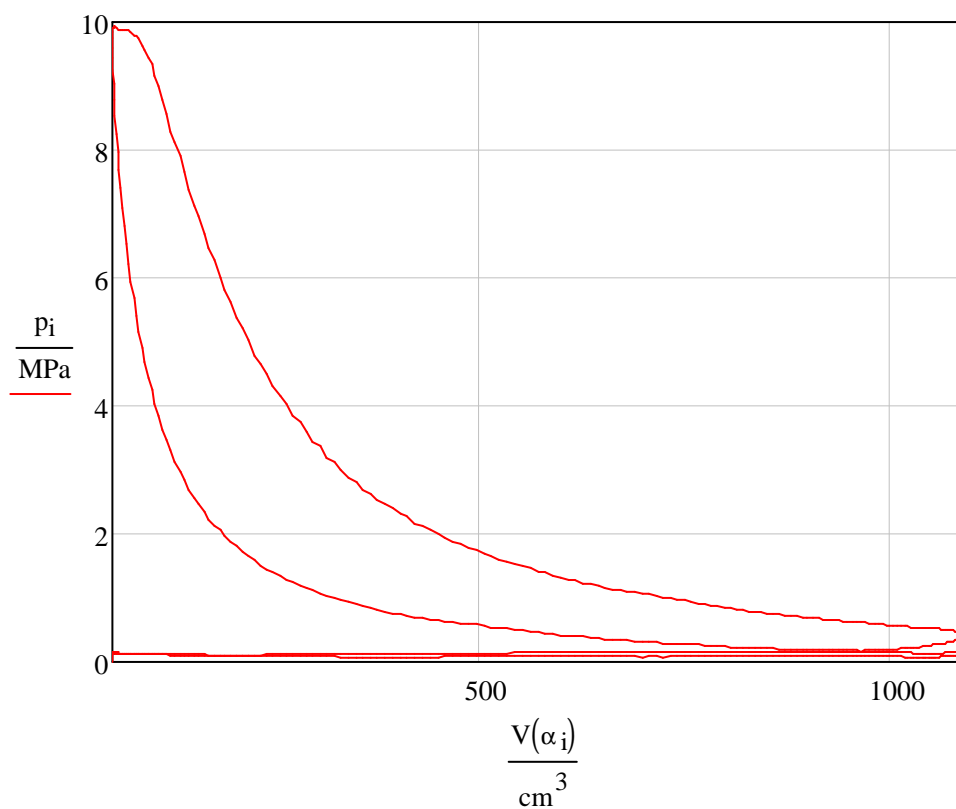
$$V_z = 1.039L$$

kompresní objem

$$V_k := \frac{V_z}{\varepsilon - 1}$$

objem v závislosti na úhlu otočení klikové hřídele

$$V(\alpha) := V_k + \left[ r \cdot \left[ 1 - \cos(\alpha) + \frac{\lambda \cdot (1 - \cos(2\alpha))}{4} \right] \cdot S_p \right]$$





## 2 KINEMATIKA KLIKOVÉHO MECHANIZMU

### 2.1 DRÁHA PÍSTU

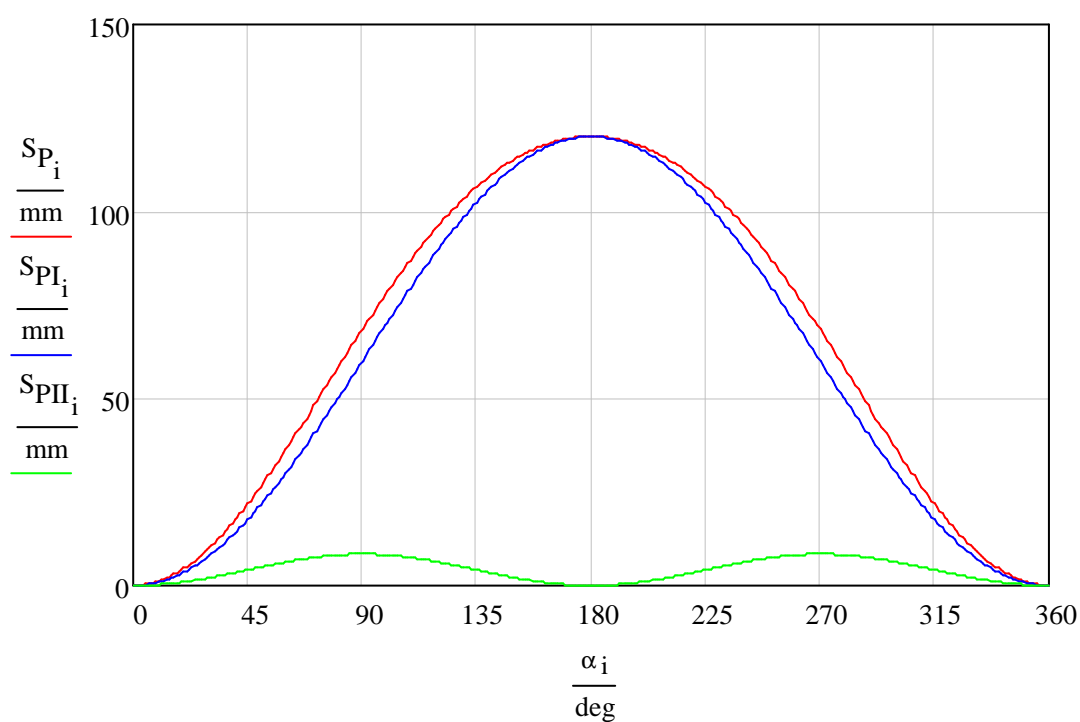
úhlová rychlost otáčení klikové hřídele  $\omega := 2 \cdot \pi \cdot n_{\max\_s}$   $n_{\max\_s} := \frac{n_{\max}}{60}$

$i := 0..360$   
 $\alpha_i := i \cdot \text{deg}$   
 $\omega := 230 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

první složka dráhy pístu  $S_{PI} := r \cdot (1 - \cos(\alpha))$

druhá složka dráhy pístu  $S_{PII} := r \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha))$

výsledný vztah pro dráhu pístu  $S_P := r \cdot \left[ (1 - \cos(\alpha)) + \frac{\lambda}{4} \cdot (1 - \cos(2\alpha)) \right]$







## 2.2 RYCHLOST PÍSTU

první složka rychlosti pístu

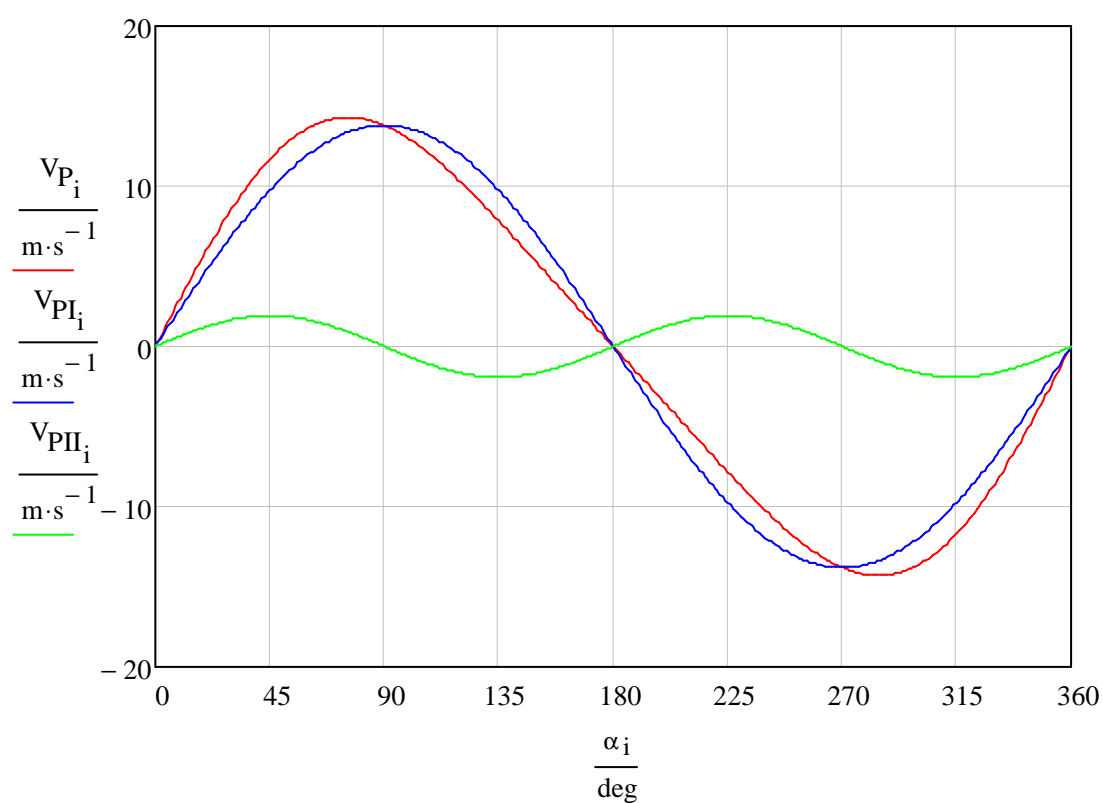
$$V_{PI} := r \cdot \omega \cdot \sin(\alpha)$$

druhá složka rychlosti pístu

$$V_{PII} := r \cdot \omega \cdot \left( \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right)$$

výsledný vztah pro rychlost pístu

$$V_P := r \cdot \omega \cdot \left( \sin(\alpha) + \frac{\lambda}{2} \cdot \sin(2\alpha) \right)$$



maximální pístová rychlost

$$\max(V_P) = 14.294 \frac{m}{s}$$

maximální pístová rychlost

$$\min(V_P) = -14.294 \frac{m}{s}$$



## 2.3 ZRYCHLENÍ PÍSTU

první složka zrychlení pístu

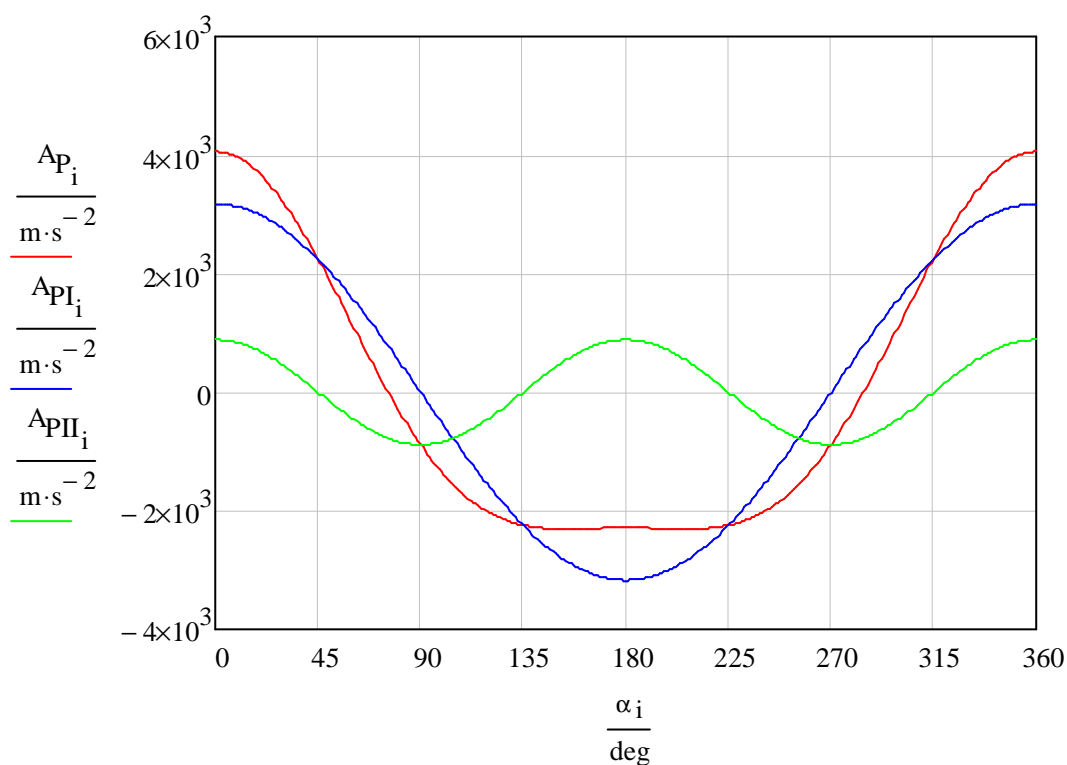
$$A_{PI} := r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha)$$

druhá složka zrychlení pístu

$$A_{PII} := r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos(2\alpha)$$

výsledný vztah pro zrychlení pístu

$$A_P := r \cdot \omega^2 \cdot (\cos(\alpha) + \lambda \cdot \cos(2\alpha))$$



maximální hodnota zrychlení

$$\max(A_P) = 4.06 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

minimální hodnota zrychlení

$$\min(A_P) = -2.307 \times 10^3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



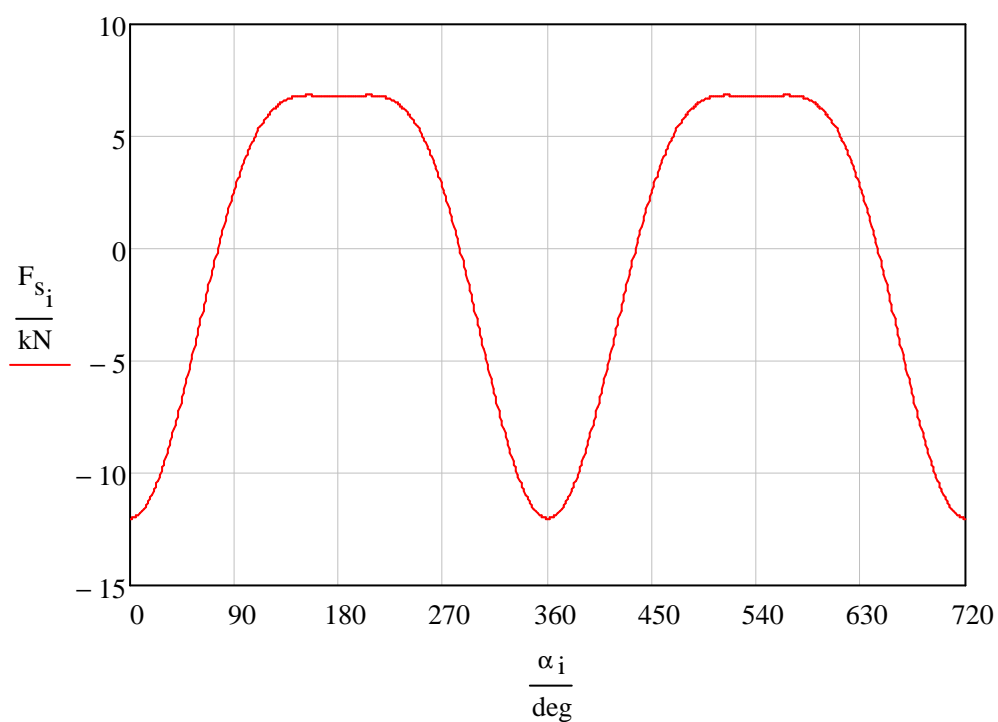
### 3 SÍLY V KLIKOVÉM MECHANIZMU

#### 3.1 SETRVAČNÁ SÍLA POSUVNÝCH ČÁSTÍ

$$i := 0..720$$

$$F_s := -m_p \cdot A_p$$

$$\alpha_i := i \cdot \text{deg}$$



maximální hodnota setrvačné síly posuvných hmot

$$\max(F_s) = 6.832 \text{ kN}$$

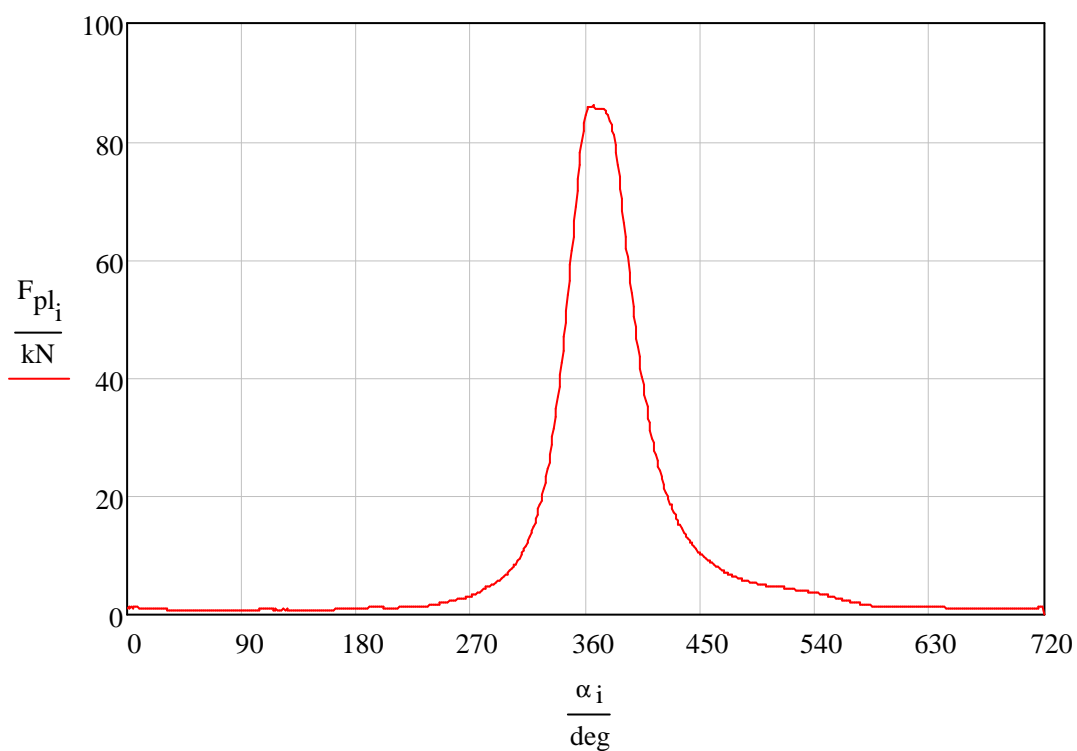
minimální hodnota setrvačné síly posuvných hmot

$$\min(F_s) = -12.021 \text{ kN}$$



### 3.2 SÍLA OD TLAKU PLYNU

$$F_{pl_i} := p_i \cdot S_p$$



maximální síla od tlaku plynu

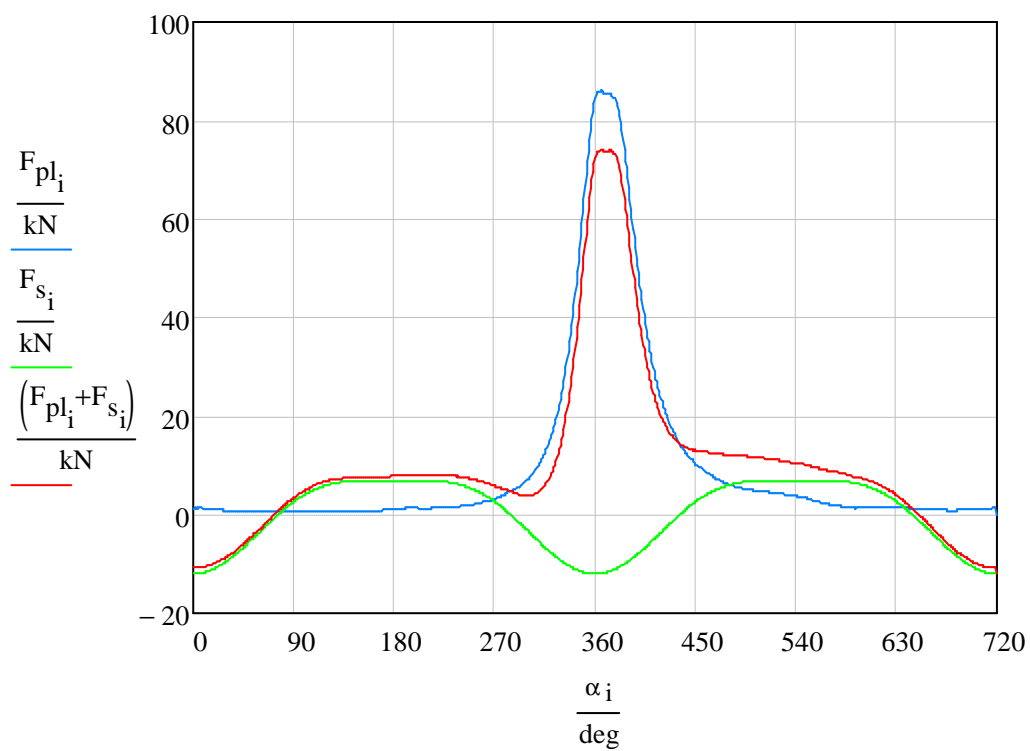
$$\max(F_{pl}) = 86.062 \text{ kN}$$

minimální síla od tlaku plynu

$$\min(F_{pl}) = 0 \text{ kN}$$



### 3.3 SOUČET SIL PŮSOBÍCÍCH NA PÍSTNÍ ČEP V OSE VÁLCE



maximální hodnota součtu sil  $F_{pl} + F_s$

$$\max(F_{pl} + F_s) = 74.15 \text{ kN}$$

minimální hodnota součtu sil  $F_{pl} + F_s$

$$\min(F_{pl} + F_s) = -12.021 \text{ kN}$$

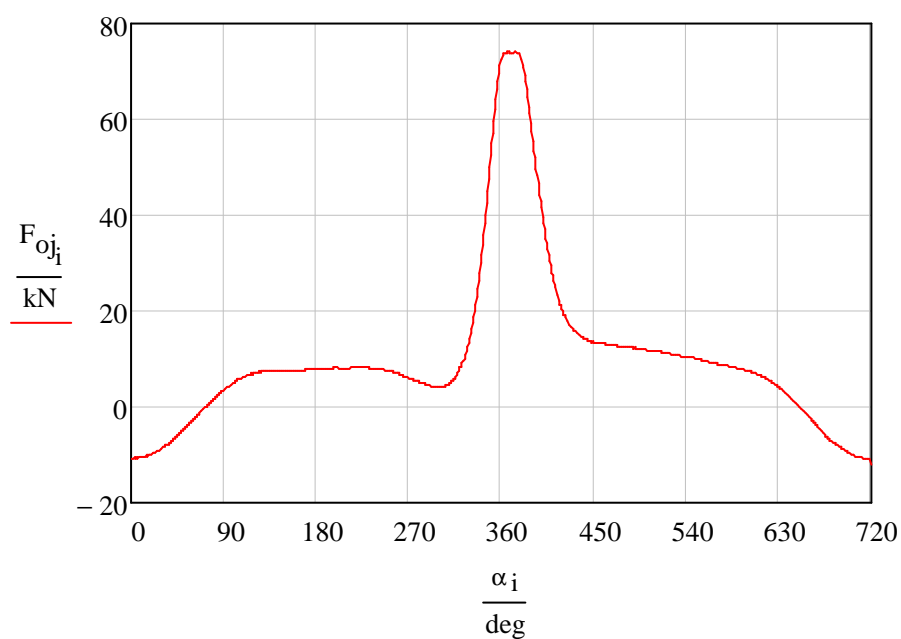


### 3.4 OJNÍČNÍ SÍLA

odklon ojnice od osy válce

$$\beta := \text{asin}(\lambda \cdot \sin(\alpha))$$

$$F_{\text{oj}} := \frac{(F_s + F_{\text{pl}})}{\cos(\beta)}$$



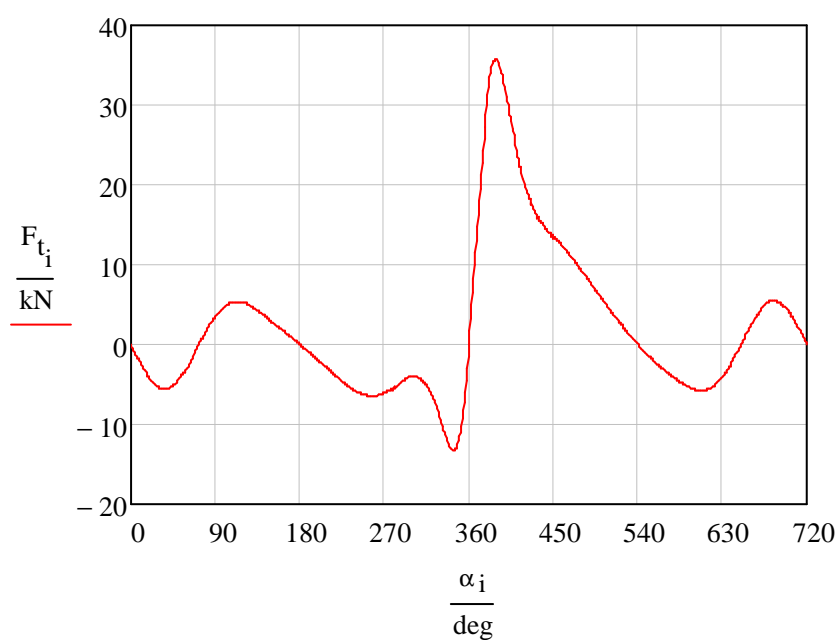
maximální hodnota ojníční síly  $\max(F_{\text{oj}}) = 74.182 \text{ kN}$

minimální hodnota ojníční síly  $\min(F_{\text{oj}}) = -12.021 \text{ kN}$



### 3.5 SÍLA TEČNÁ K RAMENI KLIKOVÉHO HŘÍDELE

$$F_{t_i} := F_{oj_i} \cdot \frac{\sin(\alpha_i + a \sin(\lambda \cdot \sin(\alpha_i)))}{\cos(a \sin(\lambda \cdot \sin(\alpha_i)))}$$



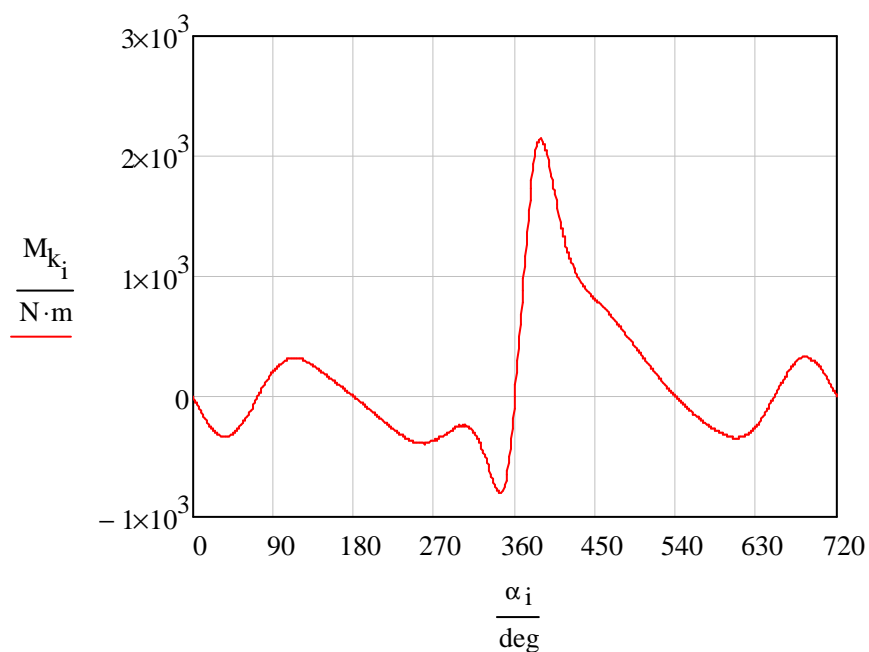
maximální hodnota tečné síly  $\max(F_t) = 35.857 \text{ kN}$

minimální hodnota tečné síly  $\min(F_t) = -13.365 \text{ kN}$



## 4 PRŮBĚH KROUTICÍHO MOMENTU

$$M_k := F_t \cdot r$$



maximální hodnota krouticího momentu

$$\max(M_k) = 2.151 \times 10^3 \text{ Nm}$$

minimální hodnota krouticího momentu

$$\min(M_k) = -801.645 \text{ Nm}$$



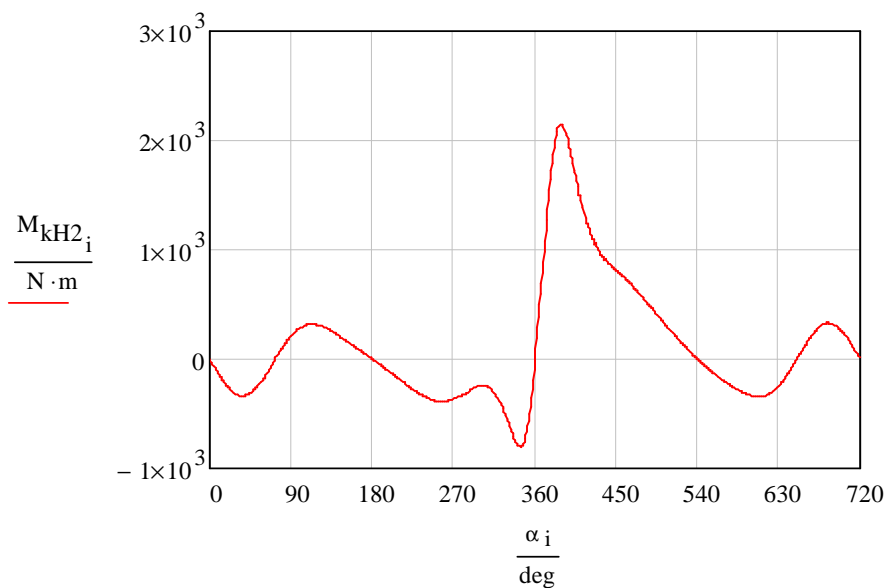


## 4.1 VÝSLEDNÝ KROUTICÍ MOMENT NA VÝSTUPU KLIKOVÉ HŘÍDELE

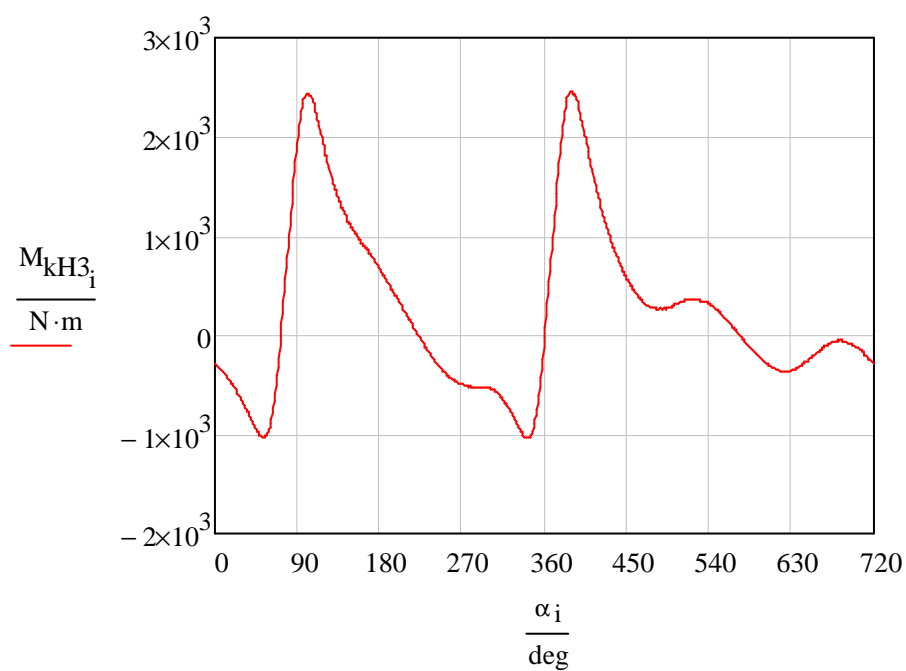
$$\alpha_i := i \cdot \text{deg} \quad i := 0..720$$

první hlavní klikový čep (za řemenicí)  $M_{kH1} := 0 \text{ N} \cdot \text{m}$

druhý hlavní klikový čep  $M_{kH2} := M_{k1}$



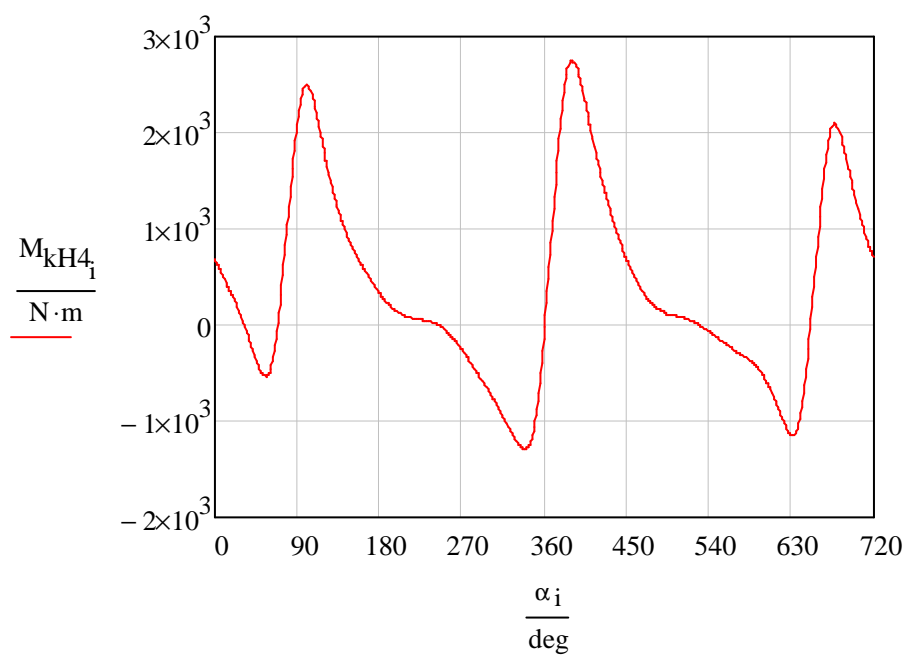
třetí hlavní klikový čep  $M_{kH3} := M_{k1} + M_{k2}$





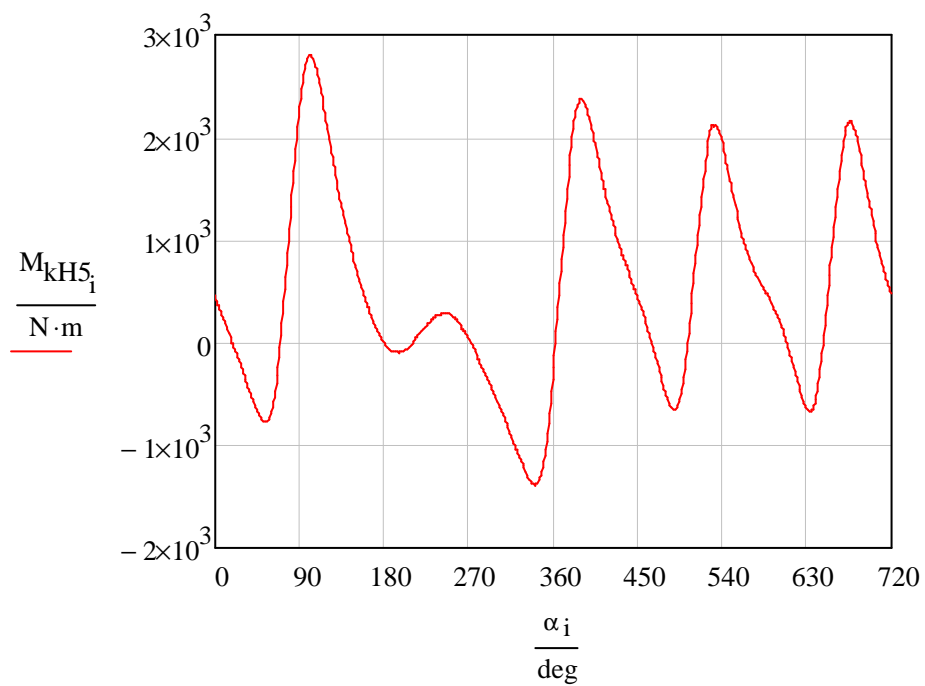
čtvrtý hlavní klikový čep

$$M_{kH4} := M_{k1} + M_{k2} + M_{k3}$$



pátý hlavní klikový čep

$$M_{kH5} := M_{k1} + M_{k2} + M_{k3} + M_{k4}$$

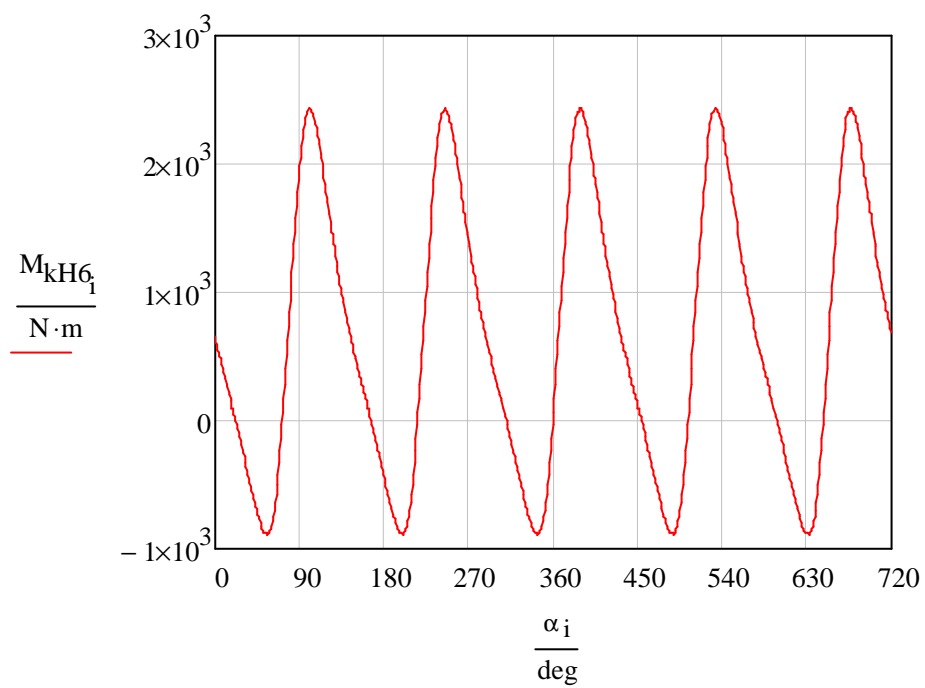




šestý hlavní klikový čep

$$M_{kH6} := M_{k1} + M_{k2} + M_{k3} + M_{k4} + M_{k5}$$

(před setrvačником)





## 5 VYVAŽOVÁNÍ KLIKOVÉHO MECHANIZMU

### 5.1 PODÉLNÝ MOMENT OD ROTAČNÍCH HMOT

úhlová rychlost otáčení klikové hřídele	$\omega := 230.3 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$
rameno kliky	$r := 60\text{mm}$
rozteč válců	$a := 136\text{mm}$
hmotnost zalomení (Proe)	$m_{\text{zal}} := 2.308\text{kg}$
hmotnost rotačního podílu ojnice	$m_{\text{rojred}} := 1.645\text{kg}$
celková hmotnost rotačních částí	$m_{\text{r}} := m_{\text{zal}} + m_{\text{rojred}}$ $m_{\text{r}} = 3.953\text{kg}$
odstředivá síla rotačních částí	$F_{\text{r}} := m_{\text{r}} \cdot r \cdot \omega^2$ $F_{\text{r}} = 12.58\text{kN}$
momenty přepočítané do roviny momentu určené grafickou metodou	$M_{\text{r1}} := F_{\text{r}} \cdot 2a \cdot \cos(18\text{deg})$ $M_{\text{r2}} := F_{\text{r}} \cdot a \cdot \cos(54\text{deg})$ $M_{\text{r3}} := F_{\text{r}} \cdot 0a$ $M_{\text{r4}} := -F_{\text{r}} \cdot a \cdot \cos(54\text{deg})$ $M_{\text{r5}} := -F_{\text{r}} \cdot 2a \cdot \cos(18\text{deg})$



$$M_{r1} = 3.254 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{r2} = 1.006 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{r3} = 0$$

$$M_{r4} = -1.006 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$M_{r5} = -3.254 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

výsledná velikost podélného momentu

$$M_r := M_{r1} + M_{r2} + M_{r3} - M_{r4} - M_{r5}$$

$$M_r = 8.52 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

kontrola velikosti momentu

$$M_r := 4.980 \cdot a \cdot F_r$$

$$M_r = 8.52 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

### 5.1.1 MOMENTOVÉ VÝVAŽKY

hmotnost vývažků na ramenech  
krajního zalomení (Proe)

$$m_{mv} := 2.5 \text{ kg}$$

poloměr těžiště vývažků (Proe)

$$r_{mv} := 66 \text{ mm}$$

odstředivá síla vyvolaná vývažky

$$F_v := m_{mv} \cdot r_{mv} \cdot \omega^2$$

$$F_v = 8.751 \text{ kN}$$

podélný moment vyvolaný vývažky  
(momentová rovnováha provedena  
k protilehlému krajnímu zalomení)

$$M_{rv} := F_v \cdot (4 \cdot a)$$

$$M_{rv} = 4.761 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Závěr- moment nelze odstranit momentovými vývažky.



### 5.1.2 KOMBINACE SILOVÝCH A MOMENTOVÝCH VÝVAŽKŮ 1:1

odstranění poloviny odstředivé síly rotačních částí pomocí silových vývažků na každém zalomení + zbytek odstředivé síly odstraněn momentovými vývažky

polovina odstředivé síly rotačních částí	$F_{r0.5} := \frac{F_r}{2}$ $F_{r0.5} = 6.29 \text{ kN}$
hmotnost silových vývažků na jednom zalomení (Proe)	$m_{sv} := 3.39 \text{ kg}$
poloměr těžiště silových vývažků (Proe)	$r_{sv} := 35 \text{ mm}$
odstředivá síla vyvolaná silovými vývažky	$F_{sv} := m_{sv} \cdot r_{sv} \cdot \omega^2$ $F_{sv} = 6.29 \text{ kN}$
momenty přepočítané do roviny momentu určené grafickou metodou	$M_{r1} := F_{r0.5} \cdot 2a \cdot \cos(18\text{deg})$ $M_{r2} := F_{r0.5} \cdot a \cdot \cos(54\text{deg})$ $M_{r3} := F_{r0.5} \cdot 0a$ $M_{r4} := -F_{r0.5} \cdot a \cdot \cos(54\text{deg})$ $M_{r5} := -F_{r0.5} \cdot 2a \cdot \cos(18\text{deg})$ $M_{r1} = 1.627 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$ $M_{r2} = 502.798 \text{ N}\cdot\text{m}$ $M_{r3} = 0$ $M_{r4} = -502.798 \text{ N}\cdot\text{m}$ $M_{r5} = -1.627 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$



výsledná velikost podélného momentu  
od setrvačných hmot rotačních

$$M_r := M_{r1} + M_{r2} + M_{r3} - M_{r4} - M_{r5}$$

$$M_r = 4.26 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

kontrola velikosti momentu

$$M_r := 4.980 \cdot a \cdot F_{r0.5}$$

$$M_r = 4.26 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

hmotnost vývažků na ramenech  
krajního zalomení (Proe)

$$m_{mv} := 0.72 \text{ kg}$$

poloměr těžiště vývažků (Proe)

$$r_{mv} := 83 \text{ mm}$$

odstředivá síla vyvolaná vývažky

$$F_v := m_{mv} \cdot r_{mv} \cdot \omega^2$$

$$F_v = 3.17 \text{ kN}$$

podélný moment vyvolaný vývažky

$$M_{rv} := F_v \cdot (4 \cdot a)$$

$$M_{rv} = 1.724 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

Závěr - podélný moment od setrvačných sil rotačních hmot nelze vyvážit pomocí kombinace momentových a odstředivých vývažků 1:1

### 5.1.3 ODSTRANĚNÍ MOMENTU POMOCÍ SILOVÝCH VÝVAŽKŮ NA KAŽDÉM ZALOMENÍ

odstředivá síla rotačních částí  
zalomení (Proe)

$$F_r = 12.58 \text{ kN}$$

hmotnost silových vývažků na jednom

$$m_{sv} := 5.39 \text{ kg}$$

poloměr těžiště silových vývažků (Proe)

$$r_{sv} := 44 \text{ mm}$$

odstředivá síla vyvolaná silovými vývažky

$$F_{sv} := m_{sv} \cdot r_{sv} \cdot \omega^2$$

$$F_{sv} = 12.58 \text{ kN}$$

Závěr - podélný moment od setrvačných sil  
rotačních hmot lze zcela odstranit pomocí silových vývažků na každém zalomení



## 5.2 PODÉLNÝ MOMENT SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH HMOT I. ŘÁDU

$$i := 0..360$$

$$\alpha_i := i \cdot \text{deg}$$

úhel mezi jednotlivými zalomeními klikové  
hřídele

$$v_{kl} := 72 \text{deg}$$

průběhy setrvačných sil posuvných částí  
od jednotlivých válců

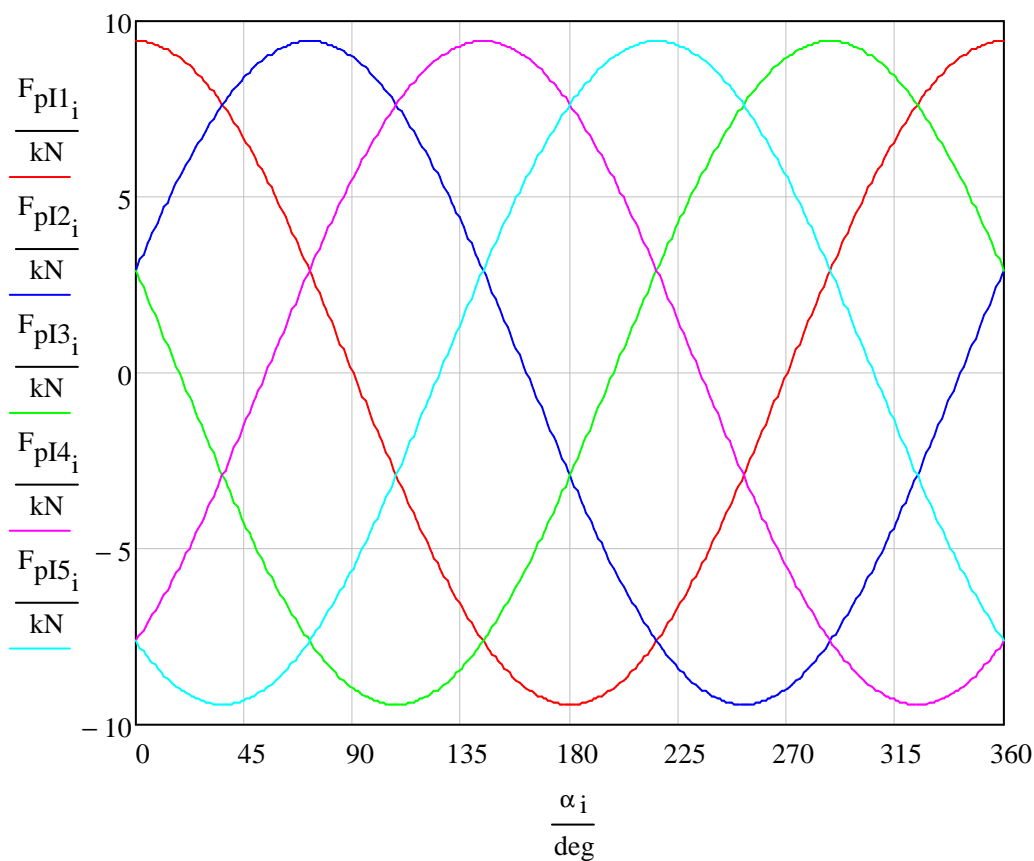
$$F_{pI1_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(\alpha_i)$$

$$F_{pI2_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(4 \cdot v_{kl} + \alpha_i)$$

$$F_{pI3_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(v_{kl} + \alpha_i)$$

$$F_{pI4_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(3 \cdot v_{kl} + \alpha_i)$$

$$F_{pI5_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \cos(2 \cdot v_{kl} + \alpha_i)$$







průběhy momentů od jednotlivých válců

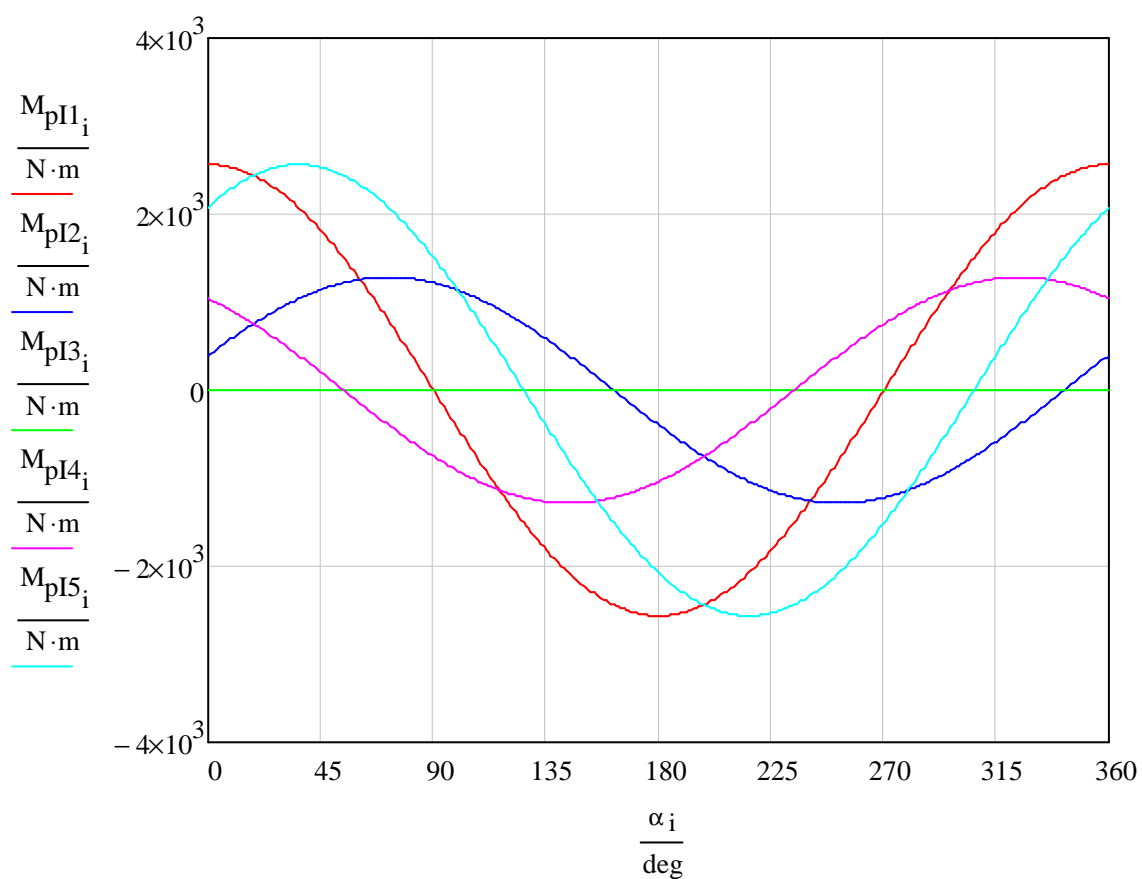
$$M_{pI1_i} := F_{pI1_i} \cdot 2a$$

$$M_{pI2_i} := F_{pI2_i} \cdot a$$

$$M_{pI3_i} := F_{pI3_i} \cdot 0a$$

$$M_{pI4_i} := -F_{pI4_i} \cdot a$$

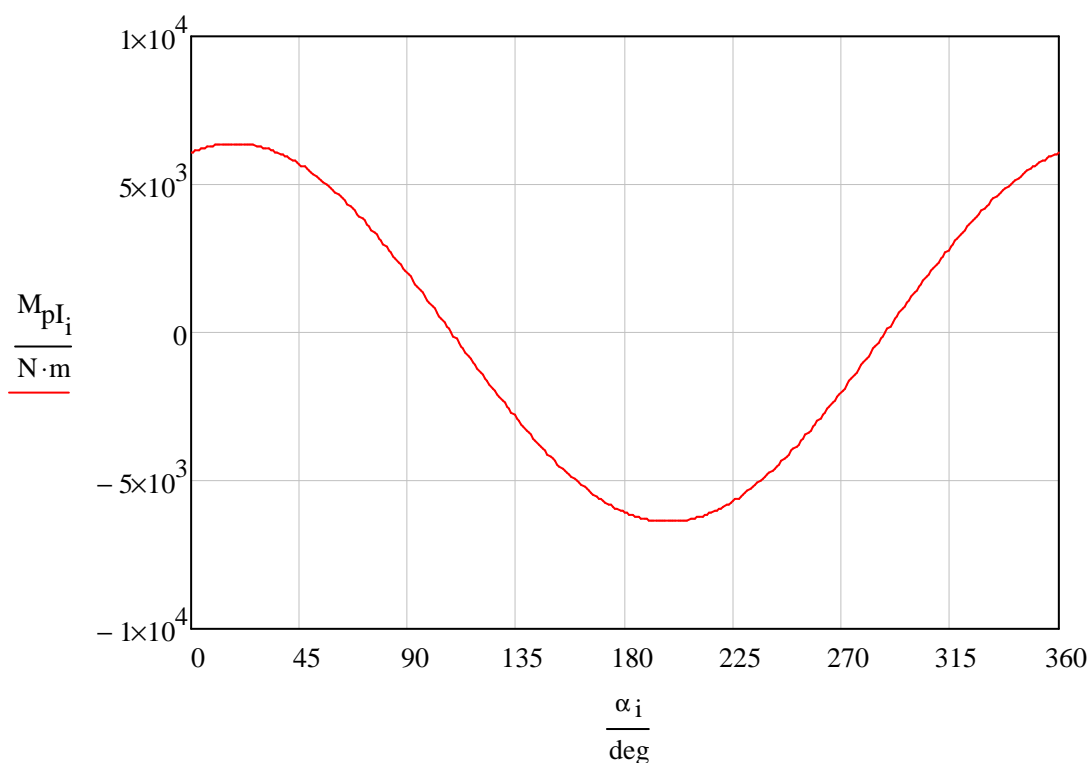
$$M_{pI5_i} := -F_{pI5_i} \cdot 2a$$





výsledný průběh momentu

$$M_{pI_i} := M_{pI1_i} + M_{pI2_i} + M_{pI3_i} + M_{pI4_i} + M_{pI5_i}$$



$$\max(M_{pI}) = 6.384 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

### 5.3 PODÉLNÝ MOMENT SETRVAČNÝCH SIL POSUVNÝCH HMOT II. ŘÁDU

průběhy setrvačných sil posuvných částí  
od jednotlivých válců

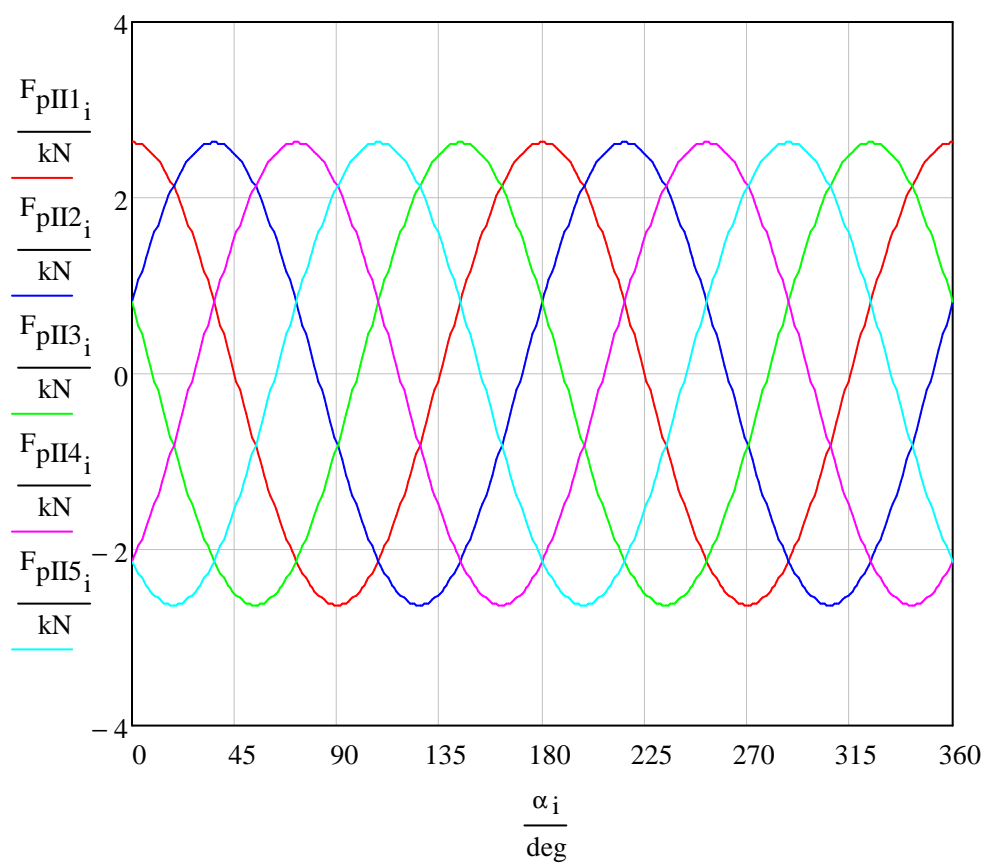
$$F_{pII1_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos[(2\alpha)_i]$$

$$F_{pII2_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos[4.v_{kl} + (2\alpha)_i]$$

$$F_{pII3_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos[v_{kl} + (2\alpha)_i]$$

$$F_{pII4_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos[3.v_{kl} + (2\alpha)_i]$$

$$F_{pII5_i} := m_p \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \lambda \cdot \cos[2.v_{kl} + (2\alpha)_i]$$



průběhy momentů od jednotlivých válců

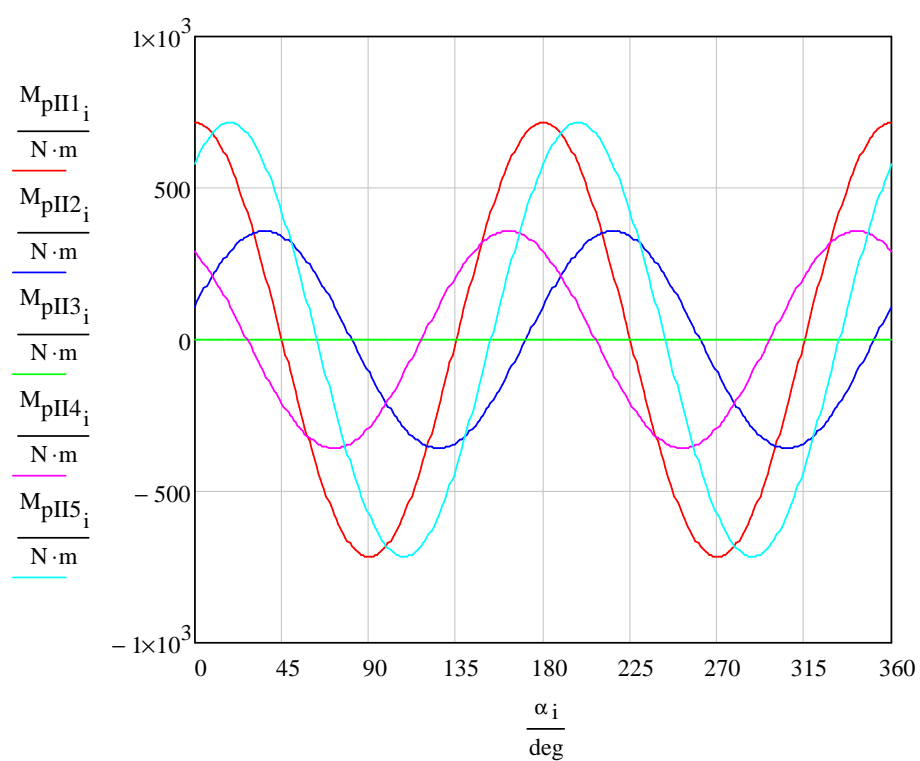
$$M_{pII1_i} := F_{pII1_i} \cdot 2a$$

$$M_{pII2_i} := F_{pII2_i} \cdot a$$

$$M_{pII3_i} := F_{pII3_i} \cdot 0a$$

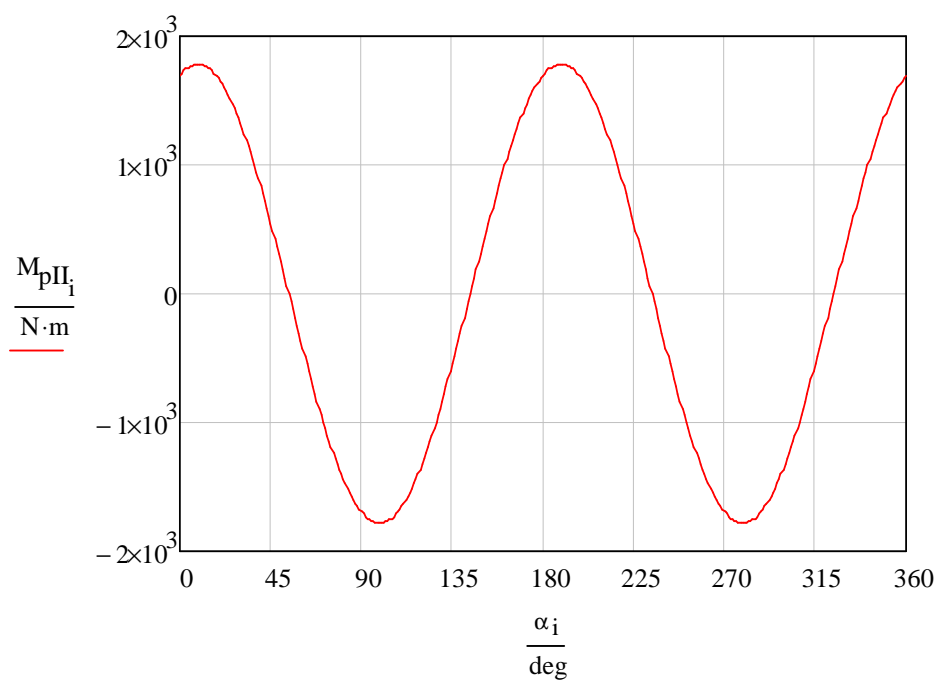
$$M_{pII4_i} := -F_{pII4_i} \cdot a$$

$$M_{pII5_i} := -F_{pII5_i} \cdot 2a$$



výsledný průběh momentu

$$M_{pII} := M_{pII1} + M_{pII2} + M_{pII3} + M_{pII4} + M_{pII5}$$



$$\max(M_{pII}) = 1.782 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$



## 5.4 NÁVRH VYVAŽOVACÍ JEDNOTKY

maximální hodnota podélného momentu od setrvačných hmot posuvných I. řádu

$$\max(M_{pI}) = 6.384 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

polovina výše zmíněného momentu

$$M_{pI0.5} := \frac{\max(M_{pI})}{2}$$

$$M_{pI0.5} = 3.192 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

hmotnost momentového vývažku (Proe)

$$m_e := 3.63 \text{ kg}$$

poloměr těžiště momentového vývažku (Proe)

$$r_e := 46.02$$

vzdálenost vývažků na vyvažovací hřídeli (Proe)

$$l := 360 \text{ mm}$$

velikost momentu od jedné vyvažovací hřídele

$$M_{phridel} := m_e \cdot r_e \cdot l \cdot \omega^2$$

$$M_{phridel} = 3.192 \times 10^3 \text{ kN}$$



## 6 REDUKCE KLIKOVÉHO MECHANIZMU

### 6.1 REDUKCE HMOT

#### 6.1.1 REDUKCE ROTAČNÍCH HMOT

moment setrvačnosti jednotlivých zalomení (Proe)

$$J_z := 0.039 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

redukovaný moment setrvačnosti rotační hmoty ojnice

$$J_{ojr} := m_{ojr} \cdot r^2$$

$$J_{ojr} = 5.922 \times 10^{-3} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti řemenice

$$J_{rem} := 0.0189 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti hřídele pod řemenicí

$$J_{remh} := 0.000326 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti setrvačníku

$$J_{set} := 0.98 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

moment setrvačnosti hřídele pod setrvačnickem

$$J_{seth} := 0.000262 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

redukovaný moment setrvačnosti kotouče

$$J_{red0} := J_{rem} + J_{remh}$$

nahrazujícího řemenici

$$J_{red0} = 0.019 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

redukovaný moment setrvačnosti kotouče

$$J_{red6} := J_{set} + J_{seth}$$

nahrazujícího setrvačnick

$$J_{red6} = 0.98 \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$



### 6.1.2 REDUKCE POSUVNÝCH HMOT

střední hodnota proměnné posuvné redukované hmoty

$$m_{\text{pred}} := m_p \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{\lambda^2}{8} \right)$$

redukovaný moment setrvačnosti posuvných hmot

$$J_{\text{pos}} := m_{\text{pred}} \cdot r^2$$
$$J_{\text{pos}} = 5.439 \times 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

redukovaná váha i-tého válce

$$m_{\text{red}} := \frac{J_z}{r^2} + m_{\text{ojr}} + m_{\text{pred}}$$
$$m_{\text{red}} = 13.989 \text{ kg}$$

redukovaný moment setrvačnosti i-tého válce

$$J_{\text{red}} := J_z + J_{\text{ojr}} + J_{\text{pos}}$$
$$J_{\text{red}} = 0.05 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$$

redukovaný moment setrvačnosti kotoučů  
nahrazujících jednotlivé válce

$J_{\text{red1}} := J_{\text{red}}$	$J_{\text{red1}} = 0.05 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$
$J_{\text{red2}} := J_{\text{red}}$	$J_{\text{red2}} = 0.05 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$
$J_{\text{red3}} := J_{\text{red}}$	$J_{\text{red3}} = 0.05 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$
$J_{\text{red4}} := J_{\text{red}}$	$J_{\text{red4}} = 0.05 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$
$J_{\text{red5}} := J_{\text{red}}$	$J_{\text{red5}} = 0.05 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$



## 6.2 REDUKCE DÉLEK

### 6.2.1 REDUKOVANÁ DÉLKA ZALOMENÍ

průměr hlavního čepu	$D_{hc} := 80\text{mm}$
průměr ojničního čepu	$D_{oc} := 66\text{mm}$
délka hlavního čepu	$L_{hc} := 44\text{mm}$
délka ojničního čepu	$L_{oc} := 40\text{mm}$
redukovaný průměr	$D_{red} := D_{hc}$
šířka ramene	$b_{ram} := 105\text{mm}$
délka ramene	$l_{ram} := 26\text{mm}$

$$L_{redz} := D_{red}^4 \cdot \left[ \frac{L_{hc} + 0.4 \cdot D_{hc}}{D_{hc}^4} + \frac{L_{oc} + 0.4 \cdot D_{oc}}{D_{oc}^4} + \frac{r - 0.2 \cdot (D_{oc} + D_{hc})}{l_{ram} \cdot b_{ram}^3} \right]$$

$$L_{redz} = 0.261 \text{ m}$$





### 6.2.2 REDUKOVANÁ DÉLKA NA STRANĚ ŘEMENICE

průměr výstupní části hřídele  $d_1 := 45\text{mm}$

průměr hlavního čepu  $d_2 := 80\text{mm}$

délka hlavního čepu  $l_1 := 44\text{mm}$

délka výstupní části hřídele přenášející krouticí moment  $l_2 := 22\text{mm}$

součinitel napětí v přechodu  $d_2/d_1$   $\xi := 0.1$

$$L_{\text{redr}} := 0.5L_{\text{redz}} + \left(l_1 + \xi \cdot d_1\right) \cdot \frac{D_{\text{red}}^4}{d_1^4} + \left(l_2 - \xi \cdot d_1\right) \cdot \frac{D_{\text{red}}^4}{d_2^4}$$

$$L_{\text{redr}} = 0.61 \text{ m}$$

### 6.2.3 REDUKOVANÁ DÉLKA NA STRANĚ SETRVAČNÍKU

rozteč šroubů pro setrvačník  $D_{\text{roz}} := 80\text{mm}$

tloušťka příruby pro setrvačník  $b_{\text{pr}} := 35\text{mm}$

$$L_{\text{reds}} := L_{\text{hc}} + b_{\text{pr}} \cdot \frac{D_{\text{red}}^4}{D_{\text{roz}}^4} + 0.5L_{\text{redz}}$$

$$L_{\text{reds}} = 0.21 \text{ m}$$



## 7 VLASTNÍ TORZNÍ KMITÁNÍ

kvadratický polární moment

$$J_p := \frac{\pi \cdot D_{red}^4}{32}$$

$$J_p = 4.021 \times 10^{-6} \text{ m}^4$$

modul pružnosti ve smyku

$$G := 80000 \cdot \text{MPa}$$

tuhost hřídele mezi řemenicemi a prvním zalomením

$$c_0 := \frac{G \cdot J_p}{L_{redr}}$$

$$c_0 = 4.21 \times 10^5 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$

tuhosti mezi jednotlivými zalomeními

$$c_{1\_4} := \frac{G \cdot J_p}{L_{redz}}$$

$$c_{1\_4} = 1.231 \times 10^6 \text{ N} \cdot \text{m}$$

tuhost mezi posledním zalomením a setrvačником

$$c_5 := \frac{G \cdot J_p}{L_{reds}}$$

$$c_5 = 1.715 \times 10^6 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$$



matice hmotnosti

$$M := \begin{pmatrix} J_{\text{red}0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{\text{red}1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{\text{red}2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{\text{red}3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{\text{red}4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{\text{red}5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{\text{red}6} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 0.019 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 \end{pmatrix} \text{m}^2 \cdot \text{kg}$$

matice tuhosti

$$C := \begin{pmatrix} c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 \end{pmatrix}$$



$$C = \begin{pmatrix} 4.2 \times 10^5 & -4.2 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4.2 \times 10^5 & 1.7 \times 10^6 & -1.2 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1.2 \times 10^6 & 2.5 \times 10^6 & -1.2 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.2 \times 10^6 & 2.5 \times 10^6 & -1.2 \times 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.2 \times 10^6 & 2.5 \times 10^6 & -1.2 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.2 \times 10^6 & 2.9 \times 10^6 & -1.7 \times 10^6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.7 \times 10^6 & 1.7 \times 10^6 \end{pmatrix} \text{N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$

matice inverzní k matici hmotnosti

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 52.013 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 19.857 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 19.857 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 19.857 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 19.857 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 19.857 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.02 \end{pmatrix} \frac{1}{\text{m}^2 \cdot \text{kg}}$$

$$A := M^{-1} \cdot C$$

$$A = \begin{pmatrix} 2.2 \times 10^7 & -2.2 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -8.4 \times 10^6 & 3.3 \times 10^7 & -2.4 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -2.4 \times 10^7 & 4.9 \times 10^7 & -2.4 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.4 \times 10^7 & 4.9 \times 10^7 & -2.4 \times 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.4 \times 10^7 & 4.9 \times 10^7 & -2.4 \times 10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.4 \times 10^7 & 5.9 \times 10^7 & -3.4 \times 10^7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.7 \times 10^6 & 1.7 \times 10^6 \end{pmatrix} \text{Hz}^2$$



$$u := \text{eigenval}(A)$$

$$\Omega := \sqrt{u}$$

$$u = \begin{pmatrix} 9.178 \times 10^7 \\ 7.407 \times 10^7 \\ 4.933 \times 10^7 \\ 2.913 \times 10^7 \\ 1.504 \times 10^7 \\ 2.316 \times 10^6 \\ 6.003 \times 10^{-10} \end{pmatrix} \text{Hz}^2$$
$$\Omega = \begin{pmatrix} 9.58 \times 10^3 \\ 8.607 \times 10^3 \\ 7.024 \times 10^3 \\ 5.397 \times 10^3 \\ 3.878 \times 10^3 \\ 1.522 \times 10^3 \\ 2.45 \times 10^{-5} \end{pmatrix} \text{Hz}$$

$$x := \text{eigenvec}(A)$$

$$x = \begin{pmatrix} -0.057 & -0.156 & 0.402 & -0.81 & -0.767 & -0.59 & 0.378 \\ 0.183 & 0.373 & -0.504 & 0.268 & -0.24 & -0.528 & 0.378 \\ -0.421 & -0.575 & 0.203 & 0.317 & 0.088 & -0.457 & 0.378 \\ 0.555 & 0.22 & 0.501 & -0.011 & 0.362 & -0.342 & 0.378 \\ -0.553 & 0.349 & -0.212 & -0.326 & 0.413 & -0.195 & 0.378 \\ 0.415 & -0.579 & -0.497 & -0.253 & 0.211 & -0.03 & 0.378 \\ -8.058 \times 10^{-3} & 0.014 & 0.018 & 0.016 & -0.028 & 0.091 & 0.378 \end{pmatrix}$$



## 7.1 POMĚRNÉ AMPLITUDY JEDNO A DVOUUZLOVÉHO KMITÁNÍ

$$i := 0..6$$

$$\Omega_1 := 1522 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Omega_2 := 3878 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$N_1 := \frac{\Omega_1}{2 \cdot \pi}$$

$$N_2 := \frac{\Omega_2}{2 \cdot \pi}$$

$$N_1 = 242.234 \text{ Hz}$$

$$N_2 = 617.203 \text{ Hz}$$

$$a1_i := \frac{x_{i,5}}{x_{0,5}}$$

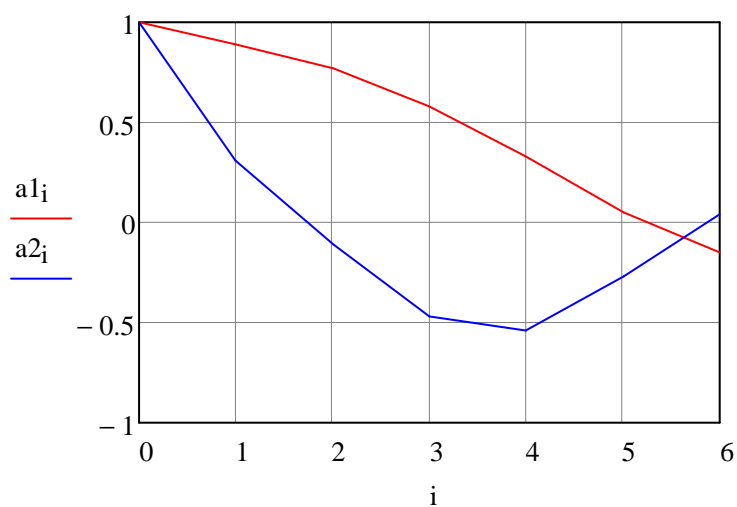
$$a2_i := \frac{x_{i,4}}{x_{0,4}}$$

$$a1_i =$$

1
0.894
0.773
0.579
0.33
0.05
-0.155

$$a2_i =$$

1
0.313
-0.114
-0.471
-0.539
-0.275
0.036





## 8 VYNUCENÉ TORZNÍ KMITÁNÍ

### 8.1 HARMONICKÁ ANALÝZA KROUTICÍHO MOMENTU

průběh krouťicího momentu během jednoho  
pracovního cyklu

$n := 720$

$k := 0$

$j := 0..n - 1$

cosinová složka

$$A_k := \frac{2}{n} \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \left( M_{k,j} \cdot \cos \left( k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{j}{n} \right) \right)$$

sinová složka

$$B_k := \frac{2}{n} \cdot \sum_{j=0}^{n-1} \left( M_{k,j} \cdot \sin \left( k \cdot 2 \cdot \pi \cdot \frac{j}{n} \right) \right)$$

velikost složky krouťicího momentu pro  
daný řád  $\kappa$

$$M_k := \sqrt{A_k^2 + B_k^2}$$

$i := 0..26$

řád harmonické složky

$\kappa_i := 0.5 \cdot i$

$M_k :=$

	0
0	0
1	-14.248
2	-29.031
3	-42.714
4	-57.819
5	-70.633
6	-85.276
7	-99.032
8	-112.579
9	-127.156
10	-140.34
11	-153.23
12	-165.8
13	...

 $A_{k_i} =$ 

255.986
-232.559
136.783
-36.704
-13.991
45.153
-57.44
68.26
-67.646
60.793
-56.536
47.922
-39.306
30.938
-24.085
17.622
-12.539
9.57
-5.424
3.726
-1.182
-0.42
1.084
-2.775
1.812
-2.716
2.011

 $B_{k_i} =$ 

0
-211.45
449.47
-379.827
57.826
-282.466
106.07
-178.575
126.945
-101.225
79.973
-54.67
38.691
-25.441
17.289
-10.123
6.13
-2.964
1.439
0.055
-0.271
0.605
-0.084
-0.424
-0.785
-0.143
-0.891

 $\kappa_i =$ 

0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5
4
4.5
5
5.5
6
6.5
7
7.5
8
8.5
9
9.5
10
10.5
11
11.5
12
12.5
13

 $M_{k_i} =$ 

255.986
314.316
469.822
381.596
59.494
286.052
120.624
191.177
143.844
118.077
97.939
72.7
55.154
40.055
29.648
20.323
13.957
10.018
5.612
3.726
1.213
0.736
1.087
2.807
1.975
2.72
2.2





## 8.2 KRITICKÉ OTÁČKY

$$i := 0..25$$

řád harmonické složky

$$\kappa_i := \frac{(1+i)}{2}$$

kritické otáčky jednouzlového kmitání

$$n_{kr1_i} := \frac{N_1}{\kappa_i}$$

kritické otáčky dvouuzlového kmitání

$$n_{kr2_i} := \frac{N_2}{\kappa_i}$$

$\kappa_i =$	$n_{kr1_i} =$		$n_{kr2_i} =$	
0.5	$2.914 \cdot 10^4$	$\frac{1}{\text{min}}$	$7.435 \cdot 10^4$	$\frac{1}{\text{min}}$
1	$1.457 \cdot 10^4$		$3.718 \cdot 10^4$	
1.5	$9.715 \cdot 10^3$		$2.478 \cdot 10^4$	
2	$7.286 \cdot 10^3$		$1.859 \cdot 10^4$	
2.5	$5.829 \cdot 10^3$		$1.487 \cdot 10^4$	
3	$4.857 \cdot 10^3$		$1.239 \cdot 10^4$	
3.5	$4.163 \cdot 10^3$		$1.062 \cdot 10^4$	
4	$3.643 \cdot 10^3$		$9.294 \cdot 10^3$	
4.5	$3.238 \cdot 10^3$		$8.261 \cdot 10^3$	
5	$2.914 \cdot 10^3$		$7.435 \cdot 10^3$	
5.5	$2.649 \cdot 10^3$		$6.759 \cdot 10^3$	
6	$2.429 \cdot 10^3$		$6.196 \cdot 10^3$	
6.5	$2.242 \cdot 10^3$		$5.719 \cdot 10^3$	
7	$2.082 \cdot 10^3$		$5.311 \cdot 10^3$	
7.5	$1.943 \cdot 10^3$		$4.957 \cdot 10^3$	
8	$1.822 \cdot 10^3$		$4.647 \cdot 10^3$	
8.5	$1.714 \cdot 10^3$		$4.374 \cdot 10^3$	
9	$1.619 \cdot 10^3$		$4.131 \cdot 10^3$	
9.5	$1.534 \cdot 10^3$		$3.913 \cdot 10^3$	
10	$1.457 \cdot 10^3$		$3.718 \cdot 10^3$	
10.5	$1.388 \cdot 10^3$		$3.541 \cdot 10^3$	
11	$1.325 \cdot 10^3$		$3.38 \cdot 10^3$	
11.5	$1.267 \cdot 10^3$		$3.233 \cdot 10^3$	
12	$1.214 \cdot 10^3$		$3.098 \cdot 10^3$	
12.5	$1.166 \cdot 10^3$		$2.974 \cdot 10^3$	
13	$1.121 \cdot 10^3$		$2.86 \cdot 10^3$	



## 9 SYSTÉM S TLUMIČEM TORZNÍCH KMITŮ

### 9.1 NÁVRH PARAMETRŮ TLUMIČE

vlastní frekvence jednouzlového kmitání  $\Omega := 1522 \text{ Hz}$

moment setrvačnosti tělesa tlumiče (Proe)  $J_t := 0.05 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$

efektivní moment setrvačnosti systému  $J_{\text{ef}} := \sum_i [J_i \cdot (a_i)^2]$   
 $J_{\text{ef}} = 0.134 \text{ m}^2 \cdot \text{kg}$

poměrná velikost tlumiče  $\mu := \left( \frac{J_t}{J_{\text{ef}}} \right)$   
 $\mu = 0.418$

optimální naladění  $w_{\text{opt}} := \left( \frac{1}{1 + \mu} \right)$   
 $w_{\text{opt}} = 0.705$

úhlová rychlost vlastního kmitání tlumiče  $\Omega_t := \Omega \cdot w_{\text{opt}}$   
 $\Omega_t = 1.073 \times 10^3 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$

tuhost tlumiče  $c_t := J_t \cdot \Omega_t^2$   
 $c_t = 6.4 \times 10^4 \cdot \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{rad}}$



## 9.2 VLASTNÍ TORZNÍ KMITÁNÍ

matice hmotnosti

$$M := \begin{pmatrix} J_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & J_{red0} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J_{red1} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_{red2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_{red3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{red4} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{red5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_{red6} \end{pmatrix}$$

$$M = \begin{pmatrix} 0.056 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.019 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.05 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.98 \end{pmatrix} m^2 \cdot kg$$

inverzní matice hmotnosti

$$M^{-1} = \begin{pmatrix} 17.857 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 52.632 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 20 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.02 \end{pmatrix} \frac{1}{m^2 \cdot kg}$$



matice tuhosti

$$C := \begin{pmatrix} c_t & -c_t & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -c_t & c_t + c_0 & -c_0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -c_0 & c_0 + c_1 & -c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -c_1 & c_1 + c_2 & -c_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -c_2 & c_2 + c_3 & -c_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -c_3 & c_3 + c_4 & -c_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_4 & c_4 + c_5 & -c_5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -c_5 & c_5 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 6.4 \times 10^4 & -6.4 \times 10^4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -6.4 \times 10^4 & 4.8 \times 10^5 & -4.2 \times 10^5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -4.2 \times 10^5 & 1.7 \times 10^6 & -1.2 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1.2 \times 10^6 & 2.5 \times 10^6 & -1.2 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1.2 \times 10^6 & 2.5 \times 10^6 & -1.2 \times 10^6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1.2 \times 10^6 & 2.5 \times 10^6 & -1.2 \times 10^6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.2 \times 10^6 & 2.9 \times 10^6 & -1.7 \times 10^6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.7 \times 10^6 & 1.7 \times 10^6 \end{pmatrix} \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$$



$$A := M^{-1} \cdot C$$

$$A = \begin{pmatrix} 1.1 \times 10^6 & -1.1 \times 10^6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -3.4 \times 10^6 & 2.5 \times 10^7 & -2.2 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -8.4 \times 10^6 & 3.3 \times 10^7 & -2.5 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -2.5 \times 10^7 & 4.9 \times 10^7 & -2.5 \times 10^7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2.5 \times 10^7 & 4.9 \times 10^7 & -2.5 \times 10^7 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -2.5 \times 10^7 & 4.9 \times 10^7 & -2.5 \times 10^7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2.5 \times 10^7 & 5.9 \times 10^7 & -3.4 \times 10^7 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1.8 \times 10^6 & 1.8 \times 10^6 \end{pmatrix} \text{Hz}^2$$

$$u := \text{eigenval}(A)$$

$$\Omega := \sqrt{u}$$

$$u = \begin{pmatrix} 9.242 \times 10^7 \\ 7.462 \times 10^7 \\ 4.994 \times 10^7 \\ 3.095 \times 10^7 \\ 1.631 \times 10^7 \\ 2.964 \times 10^6 \\ 2.567 \times 10^{-10} \\ 8.228 \times 10^5 \end{pmatrix} \text{Hz}^2$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} 1.284 \times 10^4 \\ 9.513 \times 10^3 \\ 8.314 \times 10^3 \\ 6.447 \times 10^3 \\ 4.12 \times 10^3 \\ 1.724 \times 10^3 \\ 6.823 \times 10^{-6} \\ 910 \end{pmatrix} \text{Hz}$$



$$x := \text{eigenvec}(A)$$

$$x = \begin{pmatrix} -7.57 \times 10^{-4} & 2.62 \times 10^{-3} & -0.01 & -0.03 & -0.05 & 0.29 & -0.35 & 0.94 \\ 0.06 & -0.17 & 0.45 & 0.85 & 0.72 & -0.47 & -0.35 & 0.26 \\ -0.18 & 0.37 & -0.5 & -0.21 & 0.31 & -0.52 & -0.35 & 0.15 \\ 0.42 & -0.57 & 0.19 & -0.31 & -0.04 & -0.48 & -0.35 & 0.11 \\ -0.56 & 0.22 & 0.49 & -0.02 & -0.36 & -0.37 & -0.35 & 0.06 \\ 0.55 & 0.35 & -0.2 & 0.29 & -0.44 & -0.23 & -0.35 & 0.01 \\ -0.41 & -0.58 & -0.48 & 0.24 & -0.23 & -0.05 & -0.35 & -0.04 \\ 8 \times 10^{-3} & 0.01 & 0.02 & -0.01 & 0.03 & 0.08 & -0.35 & -0.07 \end{pmatrix}$$

### 9.3 POMĚRNÉ AMPLITUDY JEDNO A DVOUUZLOVÉHO KMITÁNÍ

$$i := 0..7$$

$$\Omega_1 := 910 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$\Omega_2 := 1724 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

$$N_1 := \frac{\Omega_1}{2 \cdot \pi}$$

$$N_2 := \frac{\Omega_2}{2 \cdot \pi}$$

$$N_1 = 144.831 \text{Hz}$$

$$N_2 = 274.383 \text{Hz}$$

$$a1_i := \frac{x_{i,7}}{x_{0,7}}$$

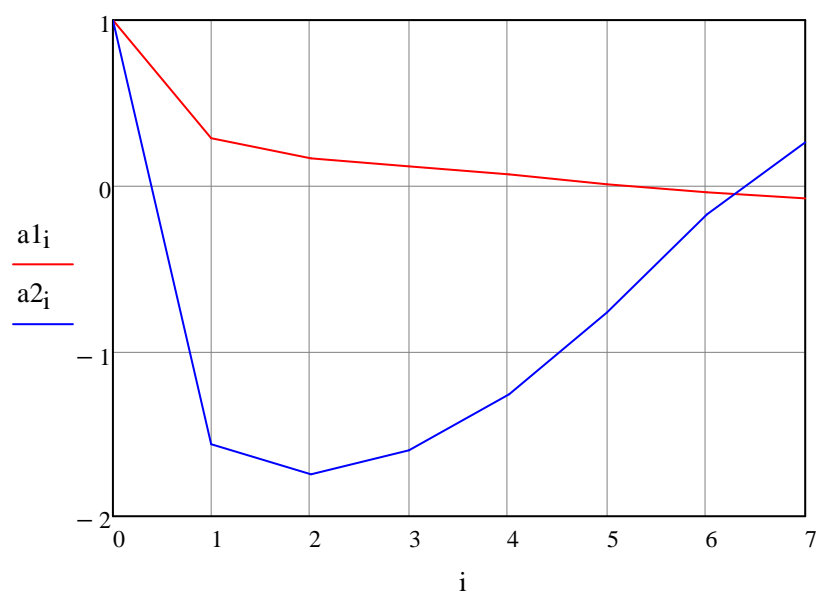
$$a2_i := \frac{x_{i,5}}{x_{0,5}}$$

$$a1_i =$$

1
0.283
0.162
0.115
0.064
0.012
-0.041
-0.078

$$a2_i =$$

1
-1.56
-1.752
-1.604
-1.261
-0.767
-0.179
0.257





## 9.4 KRITICKÉ OTÁČKY

$$i := 0..25$$

řád harmonické složky

$$\kappa_i := \frac{(1+i)}{2}$$

kritické otáčky jednouzlového kmitání

$$n_{kr1_i} := \frac{N_1}{\kappa_i}$$

kritické otáčky dvouuzlového kmitání

$$n_{kr2_i} := \frac{N_2}{\kappa_i}$$

$\kappa_i =$	$n_{kr1_i} =$		$n_{kr2_i} =$	
0.5	$1.738 \cdot 10^4$	$\frac{1}{\text{min}}$	$3.293 \cdot 10^4$	$\frac{1}{\text{min}}$
1	$8.69 \cdot 10^3$		$1.646 \cdot 10^4$	
1.5	$5.793 \cdot 10^3$		$1.098 \cdot 10^4$	
2	$4.345 \cdot 10^3$		$8.231 \cdot 10^3$	
2.5	$3.476 \cdot 10^3$		$6.585 \cdot 10^3$	
3	$2.897 \cdot 10^3$		$5.488 \cdot 10^3$	
3.5	$2.483 \cdot 10^3$		$4.704 \cdot 10^3$	
4	$2.172 \cdot 10^3$		$4.116 \cdot 10^3$	
4.5	$1.931 \cdot 10^3$		$3.658 \cdot 10^3$	
5	$1.738 \cdot 10^3$		$3.293 \cdot 10^3$	
5.5	$1.58 \cdot 10^3$		$2.993 \cdot 10^3$	
6	$1.448 \cdot 10^3$		$2.744 \cdot 10^3$	
6.5	$1.337 \cdot 10^3$		$2.533 \cdot 10^3$	
7	$1.241 \cdot 10^3$		$2.352 \cdot 10^3$	
7.5	$1.159 \cdot 10^3$		$2.195 \cdot 10^3$	
8	$1.086 \cdot 10^3$		$2.058 \cdot 10^3$	
8.5	$1.022 \cdot 10^3$		$1.937 \cdot 10^3$	
9	965.54		$1.829 \cdot 10^3$	
9.5	914.722		$1.733 \cdot 10^3$	
10	868.986		$1.646 \cdot 10^3$	
10.5	827.606		$1.568 \cdot 10^3$	
11	789.987		$1.497 \cdot 10^3$	
11.5	755.64		$1.432 \cdot 10^3$	
12	724.155		$1.372 \cdot 10^3$	
12.5	695.189		$1.317 \cdot 10^3$	
13	668.451		$1.266 \cdot 10^3$	





## 10 VÝSLEDKY VÝPOČTU TORZNÍHO KMITÁNÍ

### 10.1 SYSTÉM BEZ TLUMIČE TORZNÍCH KMITŮ

$$i := 0..150 \quad j := 0..150$$

$$n_j := (j \cdot 10) + 1000$$

#### 10.1.1 MINIMÁLNÍ HODNOTY KROUTICÍCH MOMENTŮ VE SPOJOVACÍCH HŘÍDELÍCH

načtení výsledků

$M_{k_{min0}} :=$

	0
0	-42.7
1	-41.5
2	-43.3
3	-48.1
4	-45.3
5	-41
6	-43.6
7	-48.8
8	-42.4
9	-37.8
10	...

N·m

$M_{k_{min1}} :=$

	0
0	-974.9
1	-969.7
2	-964.8
3	-963.8
4	-927.7
5	-914.3
6	-932.3
7	-933.2
8	-903.6
9	-919.1
10	...

N·m

$M_{k_{min2}} :=$

	0
0	$-1.1 \cdot 10^3$
1	$-1 \cdot 10^3$
2	$-1 \cdot 10^3$
3	$-1 \cdot 10^3$
4	$-1 \cdot 10^3$
5	-991.1
6	-997.4
7	$-1 \cdot 10^3$
8	-982.4
9	-985.5
10	...

N·m

$M_{k_{min3}} :=$

	0
0	$-1 \cdot 10^3$
1	$-1 \cdot 10^3$
2	$-1.1 \cdot 10^3$
3	$-1.1 \cdot 10^3$
4	$-1.1 \cdot 10^3$
5	-987.8
6	-962.4
7	-970.7
8	-981
9	$-1 \cdot 10^3$
10	...

N·m

$M_{k_{min4}} :=$

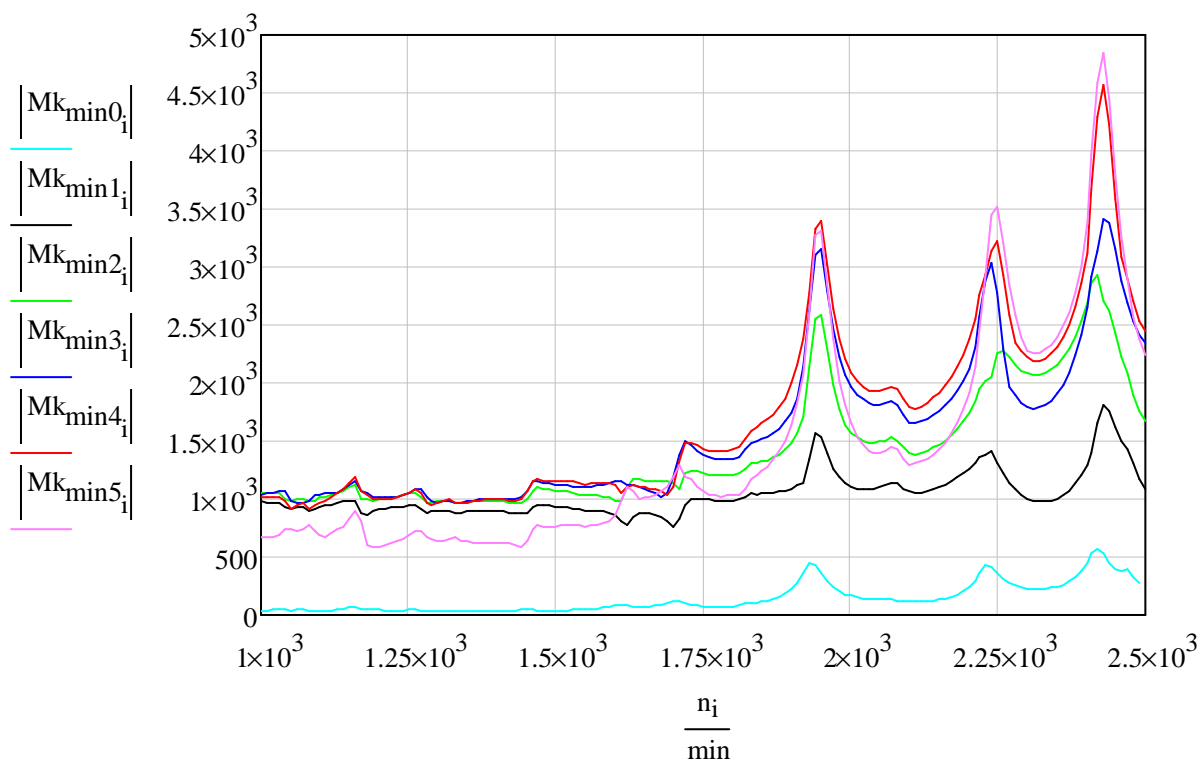
	0
0	$-1 \cdot 10^3$
1	$-1 \cdot 10^3$
2	$-1 \cdot 10^3$
3	$-1 \cdot 10^3$
4	-985.9
5	-906.3
6	-947.3
7	-967
8	-918.9
9	-945
10	...

N·m

$M_{k_{min5}} :=$

	0
0	-674.3
1	-664.1
2	-673.1
3	-695.7
4	-744
5	-744.7
6	-723.8
7	-742.4
8	-775.2
9	-726.2
10	...

N·m



kroucí momenty v jednotlivých spojovacích hřídelích

$$\max(|Mk_{\min 0}|) = 573 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 1}|) = 1.874 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 2}|) = 2.921 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 3}|) = 3.422 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 4}|) = 4.652 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 5}|) = 4.895 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$



### 10.1.2 MAXIMÁLNÍ HODNOTY KROUTICÍCH MOMENTŮ VE SPOJOVACÍCH HŘÍDELÍCH

$i := 0..150 \quad j := 0..150$

$n_j := (j \cdot 10) + 1000$

načtení výsledků

$Mk_{\max 0} :=$

	0
0	41.8
1	37.2
2	36.6
3	38.7
4	45.3
5	42.8
6	39.5
7	41.6
8	45.8
9	39.6
10	...

N·m

$Mk_{\max 1} :=$

	0
0	$2.4 \cdot 10^3$
1	$2.4 \cdot 10^3$
2	$2.4 \cdot 10^3$
3	$2.4 \cdot 10^3$
4	$2.4 \cdot 10^3$
5	$2.4 \cdot 10^3$
6	$2.4 \cdot 10^3$
7	$2.4 \cdot 10^3$
8	$2.4 \cdot 10^3$
9	$2.4 \cdot 10^3$
10	...

N·m

$Mk_{\max 2} :=$

	0
0	$2.4 \cdot 10^3$
1	$2.4 \cdot 10^3$
2	$2.4 \cdot 10^3$
3	$2.4 \cdot 10^3$
4	$2.5 \cdot 10^3$
5	$2.4 \cdot 10^3$
6	$2.4 \cdot 10^3$
7	$2.4 \cdot 10^3$
8	$2.5 \cdot 10^3$
9	$2.5 \cdot 10^3$
10	...

N·m

$Mk_{\max 3} :=$

	0
0	$2.4 \cdot 10^3$
1	$2.4 \cdot 10^3$
2	$2.5 \cdot 10^3$
3	$2.5 \cdot 10^3$
4	$2.6 \cdot 10^3$
5	$2.5 \cdot 10^3$
6	$2.5 \cdot 10^3$
7	$2.5 \cdot 10^3$
8	$2.5 \cdot 10^3$
9	$2.5 \cdot 10^3$
10	...

N·m

$Mk_{\max 4} :=$

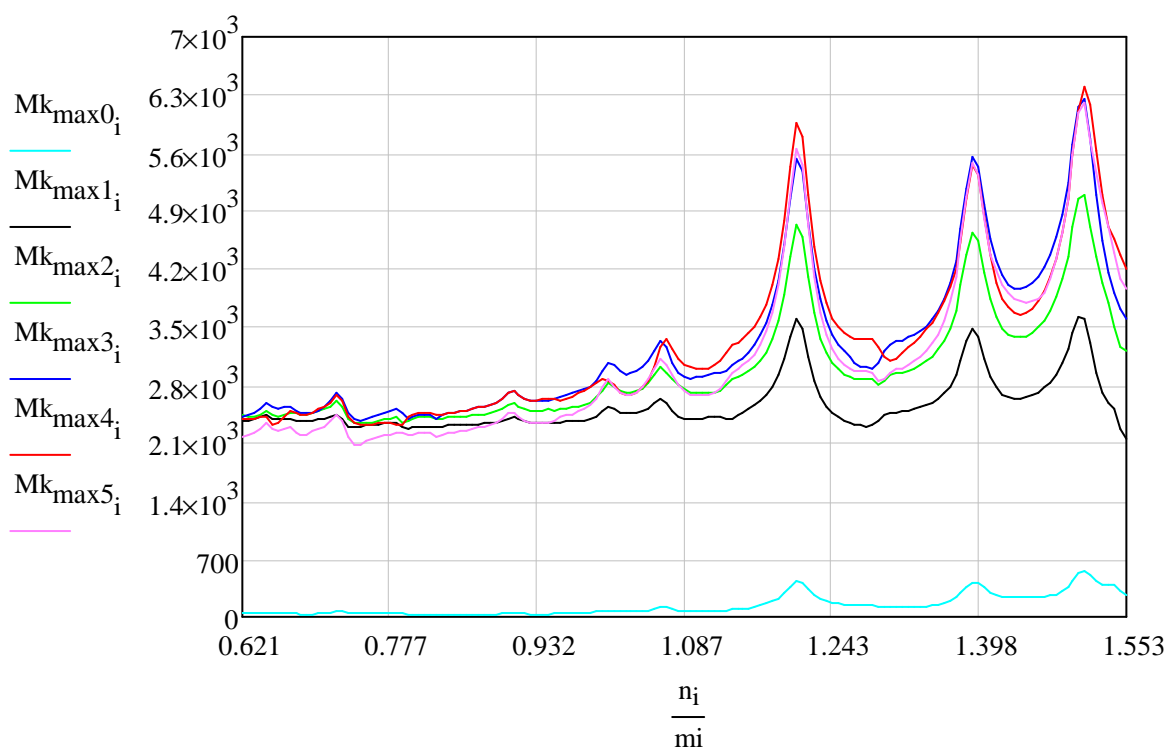
	0
0	$2.4 \cdot 10^3$
1	$2.4 \cdot 10^3$
2	$2.4 \cdot 10^3$
3	$2.4 \cdot 10^3$
4	$2.4 \cdot 10^3$
5	$2.3 \cdot 10^3$
6	$2.3 \cdot 10^3$
7	$2.4 \cdot 10^3$
8	$2.5 \cdot 10^3$
9	$2.5 \cdot 10^3$
10	...

N·m

$Mk_{\max 5} :=$

	0
0	$2.2 \cdot 10^3$
1	$2.2 \cdot 10^3$
2	$2.2 \cdot 10^3$
3	$2.3 \cdot 10^3$
4	$2.3 \cdot 10^3$
5	$2.3 \cdot 10^3$
6	$2.2 \cdot 10^3$
7	$2.3 \cdot 10^3$
8	$2.3 \cdot 10^3$
9	$2.2 \cdot 10^3$
10	...

N·m



krouticí momenty v jednotlivých spojovacích hřídelích

$$\max(Mk_{\max 0}) = 553.241 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\max(Mk_{\max 1}) = 3.614 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\max(Mk_{\max 2}) = 5.082 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\max(Mk_{\max 3}) = 6.251 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\max(Mk_{\max 4}) = 6.395 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$\max(Mk_{\max 5}) = 6.193 \times 10^3 \text{ N} \cdot \text{m}$$



### 10.1.3 VÝKMITY PŘEDNÍHO KONCE KLIKOVÉHO HŘÍDELE (ŘEMENICE)

načtení výsledků

$\phi_{0min} :=$

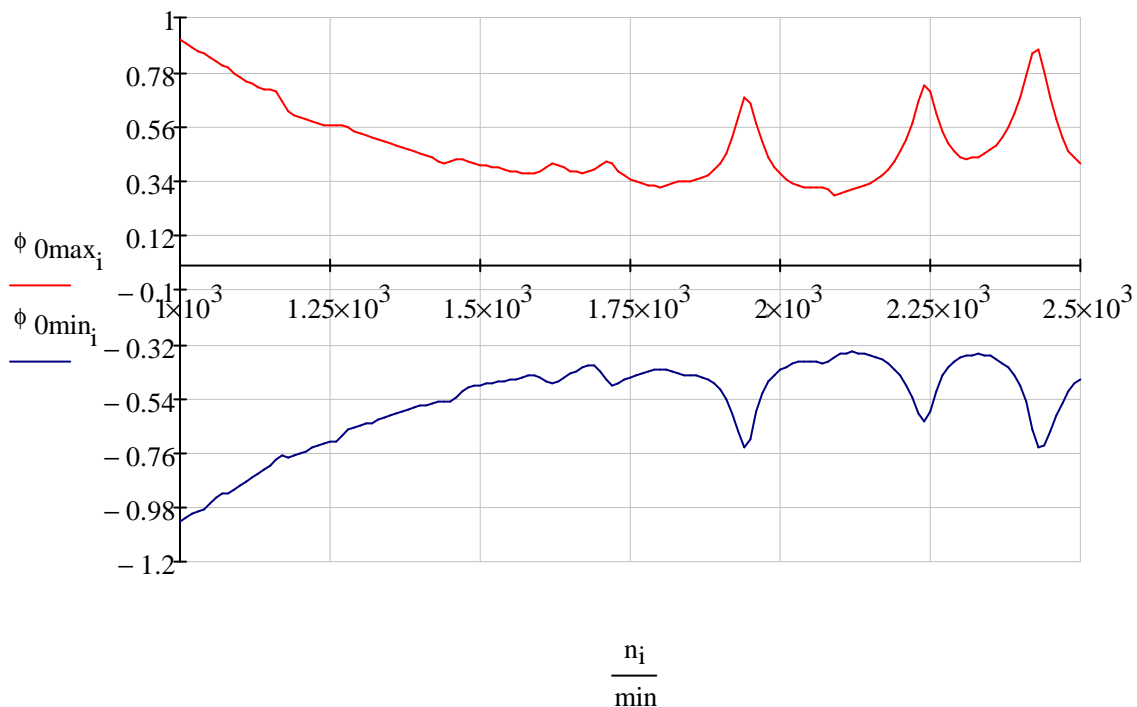
	0
0	-1.036
1	-1.023
2	-1.008
3	-0.996
4	-0.992
5	-0.969
6	-0.944
7	-0.926
8	-0.923
9	-0.91
10	...

deg

$\phi_{0max} :=$

	0
0	0.914
1	0.895
2	0.877
3	0.865
4	0.856
5	0.84
6	0.821
7	0.808
8	0.798
9	0.774
10	...

deg



maximální výkmit předního konce klikové hřídele

$$\max(\phi_{0max}) = 0.914 \text{ deg}$$

$$\max(\phi_{0min}) = -1.036 \text{ deg}$$



## 10.2 SYSTÉM S TLUMIČEM TORZNÍCH KMITŮ

### 10.2.1 MINIMÁLNÍ HODNOTY KROUTICÍCH MOMENTŮ VE SPOJOVACÍCH HŘÍDELÍCH

načtení výsledků

$M_{k_{min0}} :=$

	0
0	-144
1	-146.4
2	-148.7
3	-149.8
4	-150.2
5	-149.3
6	-147.4
7	-145.5
8	-144.3
9	-143.7
10	...

N·m

$M_{k_{min1}} :=$

	0
0	-874.6
1	-876.1
2	-878.7
3	-882.6
4	-886.8
5	-889.8
6	-890.9
7	-890.6
8	-887.7
9	-883.9
10	...

N·m

$M_{k_{min2}} :=$

	0
0	-937.5
1	-939.4
2	-942.4
3	-947
4	-952.2
5	-956.1
6	-956.9
7	-953.3
8	-945.3
9	-936.2
10	...

N·m

$M_{k_{min3}} :=$

	0
0	-908.4
1	-913.8
2	-920.6
3	-927.1
4	-930.8
5	-929.8
6	-928.6
7	-927.2
8	-918
9	-902.1
10	...

$M_{k_{min4}} :=$

	0
0	-891.2
1	-894.6
2	-899.1
3	-906.1
4	-914.8
5	-922.8
6	-927.3
7	-925.1
8	-917.5
9	-901.2
10	...

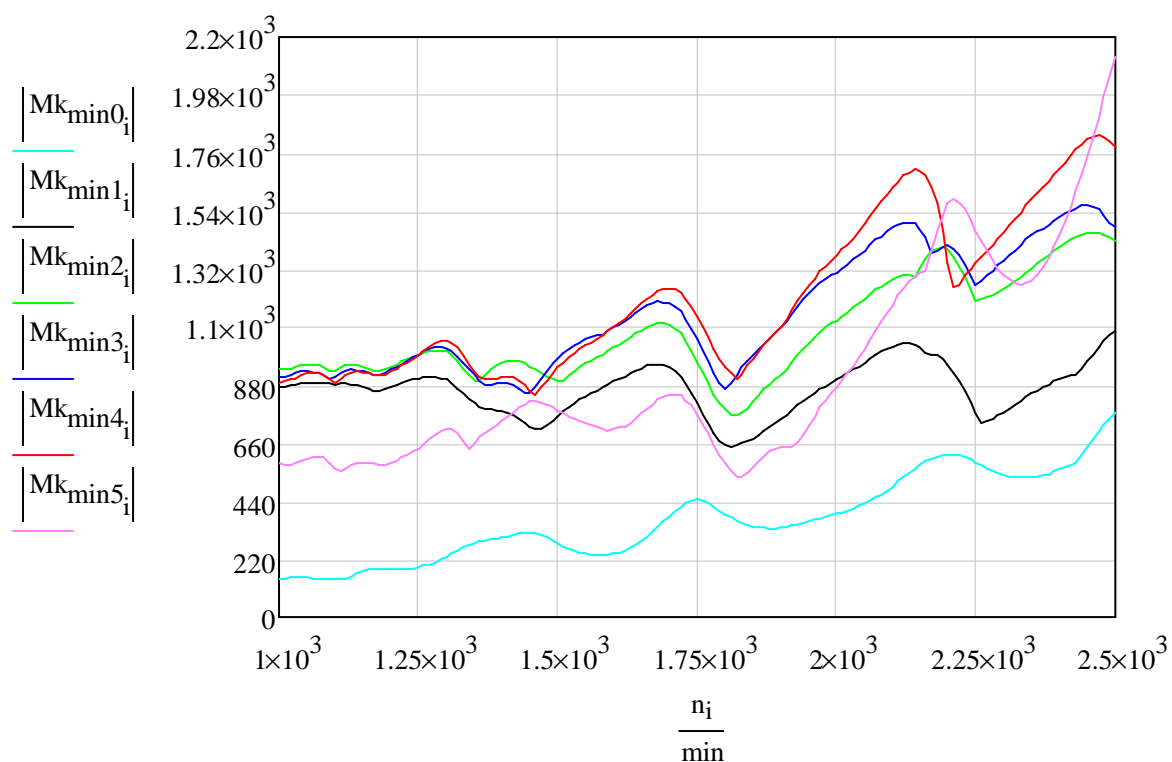
N·m

$M_{k_{min5}} :=$

	0
0	-581.3
1	-580.3
2	-577.2
3	-581.9
4	-589.4
5	-596.1
6	-605.2
7	-609.5
8	-603.9
9	-585.5
10	...

N·m

N·m



kroucí momenty v jednotlivých spojovacích hřídelích

$$\max(|Mk_{\min 0}|) = 758 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 1}|) = 1.086 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 2}|) = 1.458 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 3}|) = 1.571 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 4}|) = 1.832 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(|Mk_{\min 5}|) = 2.124 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$



## 10.2.2 MAXIMÁLNÍ HODNOTY KROUTICÍCH MOMENTŮ VE SPOJOVACÍCH HŘÍDELÍCH

načtení výsledků

$M_{k_{\max 0}} :=$

	0
0	110.8
1	114.8
2	117.3
3	119.7
4	120
5	120.3
6	119.9
7	119.9
8	121.4
9	124.9
10	...

$M_{k_{\max 1}} :=$

	0
0	$2.4 \cdot 10^3$
1	$2.4 \cdot 10^3$
2	$2.4 \cdot 10^3$
3	$2.4 \cdot 10^3$
4	$2.4 \cdot 10^3$
5	$2.4 \cdot 10^3$
6	$2.4 \cdot 10^3$
7	$2.4 \cdot 10^3$
8	$2.4 \cdot 10^3$
9	$2.4 \cdot 10^3$
10	...

$M_{k_{\max 2}} :=$

	0
0	$2.4 \cdot 10^3$
1	$2.4 \cdot 10^3$
2	$2.4 \cdot 10^3$
3	$2.4 \cdot 10^3$
4	$2.4 \cdot 10^3$
5	$2.4 \cdot 10^3$
6	$2.4 \cdot 10^3$
7	$2.5 \cdot 10^3$
8	$2.5 \cdot 10^3$
9	$2.5 \cdot 10^3$
10	...

N·m

N·m

N·m

$M_{k_{\max 3}} :=$

	0
0	$2.4 \cdot 10^3$
1	$2.5 \cdot 10^3$
2	$2.5 \cdot 10^3$
3	$2.5 \cdot 10^3$
4	$2.5 \cdot 10^3$
5	$2.5 \cdot 10^3$
6	$2.5 \cdot 10^3$
7	$2.5 \cdot 10^3$
8	$2.5 \cdot 10^3$
9	$2.5 \cdot 10^3$
10	...

$M_{k_{\max 4}} :=$

	0
0	$2.4 \cdot 10^3$
1	$2.4 \cdot 10^3$
2	$2.4 \cdot 10^3$
3	$2.4 \cdot 10^3$
4	$2.4 \cdot 10^3$
5	$2.4 \cdot 10^3$
6	$2.5 \cdot 10^3$
7	$2.5 \cdot 10^3$
8	$2.5 \cdot 10^3$
9	$2.5 \cdot 10^3$
10	...

$M_{k_{\max 5}} :=$

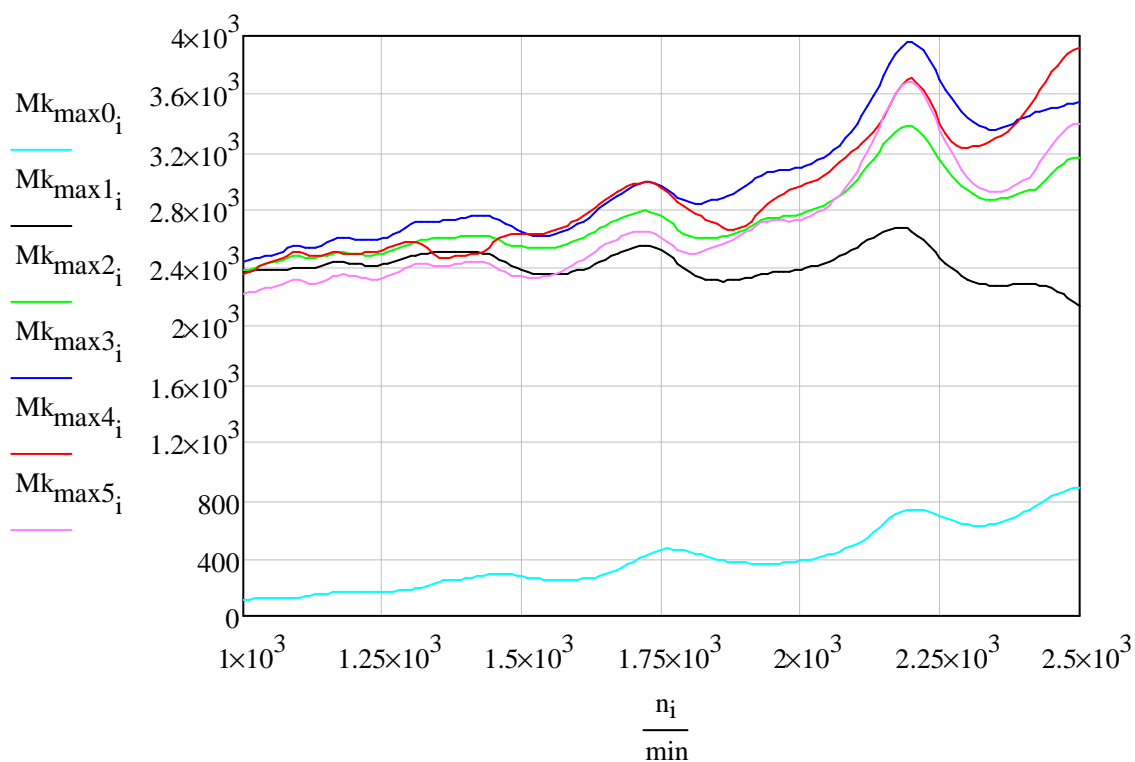
	0
0	$2.2 \cdot 10^3$
1	$2.2 \cdot 10^3$
2	$2.2 \cdot 10^3$
3	$2.2 \cdot 10^3$
4	$2.3 \cdot 10^3$
5	$2.3 \cdot 10^3$
6	$2.3 \cdot 10^3$
7	$2.3 \cdot 10^3$
8	$2.3 \cdot 10^3$
9	$2.3 \cdot 10^3$
10	...

N·m

N·m

N·m





krouticí momenty v jednotlivých spojovacích hřídelích  $\max(M_{k\_max0}) = 889 \text{ N}\cdot\text{m}$

$$\max(M_{k\_max1}) = 2.681 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(M_{k\_max2}) = 3.383 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(M_{k\_max3}) = 3.963 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(M_{k\_max4}) = 3.911 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\max(M_{k\_max5}) = 3.689 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}$$



### 10.2.3 VÝKMITY PŘEDNÍHO KONCE KLIKOVÉHO HŘÍDELE (ŘEMENICE)

načtení výsledků

$\phi_{0\text{mint}} :=$

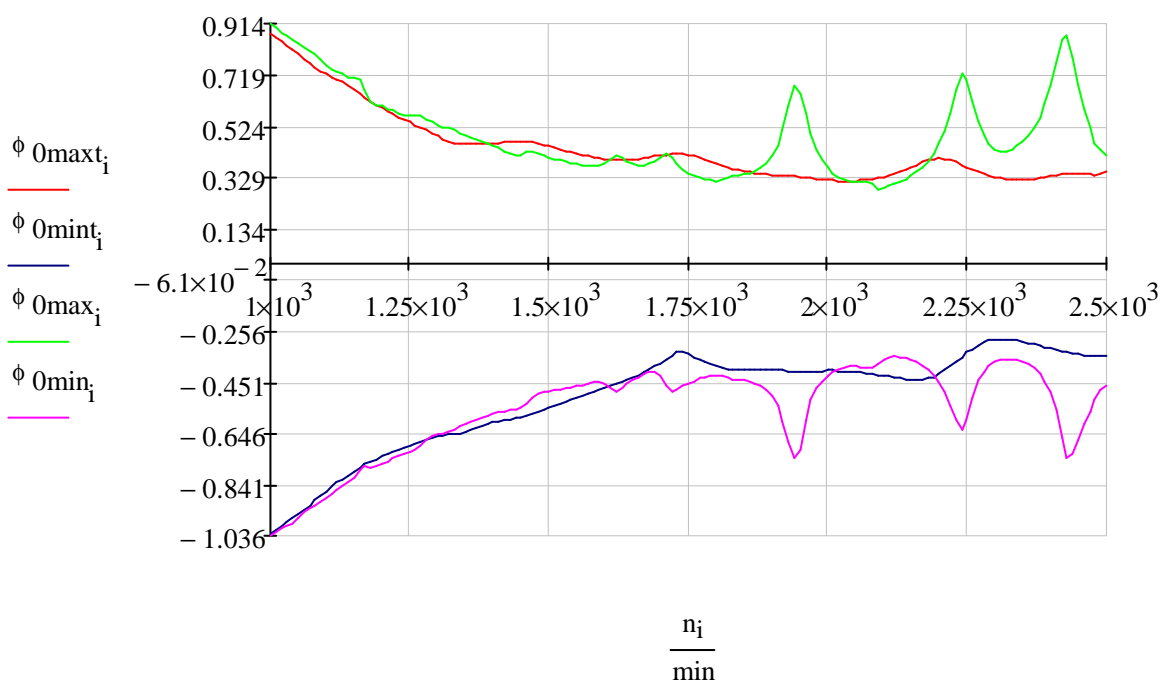
	0
0	-1.032
1	-1.015
2	-0.998
3	-0.983
4	-0.967
5	-0.952
6	-0.936
7	-0.92
8	-0.902
9	-0.884
10	...

deg

$\phi_{0\text{maxt}} :=$

	0
0	0.879
1	0.862
2	0.846
3	0.829
4	0.812
5	0.796
6	0.78
7	0.764
8	0.748
9	0.733
10	...

deg



maximální výkmit předního konce klikové hřídele

$$\max(\phi_{0\text{maxt}}) = 0.879 \cdot \text{deg}$$

$$\max(\phi_{0\text{mint}}) = -1.032 \cdot \text{deg}$$



## 10.2.4 RELATIVNÍ VÝKMITY TĚLESA TLUMIČE VŮČI ŘEMENICI

načtení hodnot

$\phi_{0minp} :=$

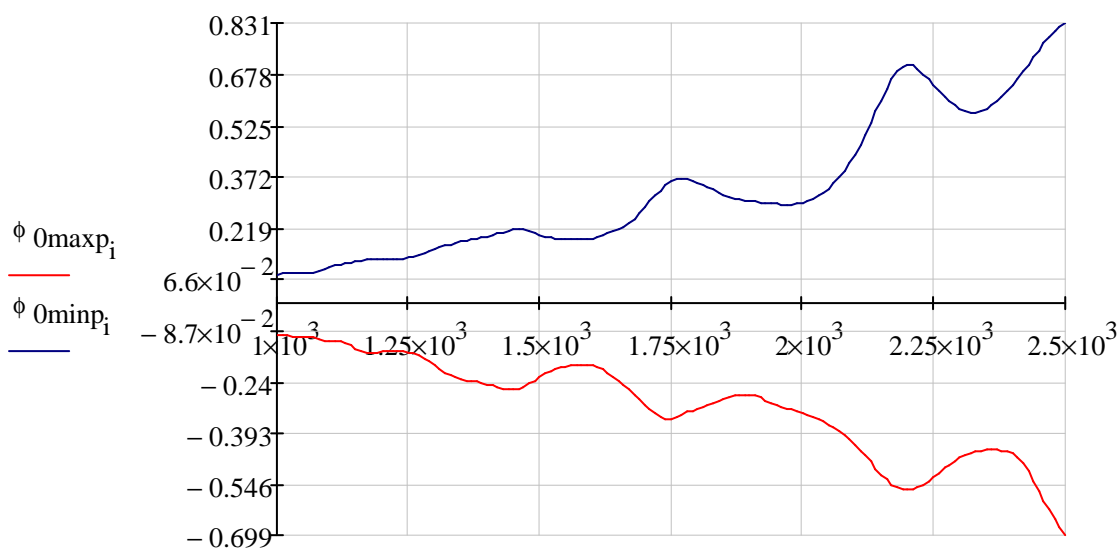
	0
0	0.079
1	0.082
2	0.084
3	0.085
4	0.085
5	0.085
6	0.085
7	0.086
8	0.089
9	0.096
10	...

deg

$\phi_{0maxp} :=$

	0
0	-0.099
1	-0.101
2	-0.104
3	-0.106
4	-0.106
5	-0.106
6	-0.106
7	-0.109
8	-0.113
9	-0.117
10	...

deg



$\frac{n_i}{min}$

maximální výkmit tělesa tlumiče

$$\max(\phi_{0maxp}) = 0.831 \text{ deg}$$

$$\max(\phi_{0minp}) = 0.699 \text{ deg}$$